

Il problema di rappresentare su di un piano un oggetto qualsiasi, a partire dalla conoscenza della sua posizione nello spazio tridimensionale, è uno di quei problemi facilmente risolvibili con le calcolatrici elettroniche e che danno molte soddisfazioni a chi ne ha bisogno nel proprio studio o nel lavoro.

Il programma presentato riguarda appunto le proiezioni prospettiche e può risultare di grande ausilio per un disegnatore, per un architetto, per un grafico oppure semplicemente per chi si vuole divertire a rappresentare un oggetto visto sotto differenti angolazioni.

Il tutto è molto semplice: basta applicare delle formule riguardanti la trasformazione di coordinate, da tridimensionali a bidimensionali e basta conoscere un po' di trigonometria.

Immerso questo programma nella memoria della nostra calcolatrice (TI 58 o 59) ed introdotti tre opportuni parametri che specificheremo in seguito, ecco che impostando la terna di coordinate (x, y, z) di un punto dell'oggetto da rappresentare, la calcolatrice ci fornirà le due coordinate trasformate (x^*, y^*) . Queste ultime ci permetteranno di rappresentare per punti l'oggetto su di un foglio di carta (millimetrata o meno a seconda dei gusti).

INVIATECI I VOSTRI PROGRAMMI!

Se, qualunque sia la vostra macchina, avete realizzato programmi o routine che ritenete possano interessare altri lettori, inviateceli. Saranno esaminati e, se pubblicati, ricompensati con valutazioni approssimativamente tra le 30 e le 100.000 lire, secondo la complessità, la genialità, l'originalità e la presentazione del materiale e della documentazione (listati, diagrammi, commenti ecc.). Per ragioni organizzative non possiamo impegnarci, salvo eventuali accordi presi prima dell'invio, alla restituzione dei materiali, che resteranno di proprietà della redazione che si impegna a non divulgarli (se non tramite la rivista) senza l'autorizzazione dei rispettivi autori.

Proiezioni Prospettiche

di Demetrio Vitani (Briosco - MI)

Il programma che presentiamo, di Demetrio Vitani di Briosco (MI), è particolarmente semplice da usare, gira tanto sulle TI 58 quanto sulle TI 59 e, non da ultimo, ha tempi di elaborazione molto brevi: in particolare consta di appena 119 passi di programma ed utilizza 8 memorie e per il calcolo della trasformata di un certo punto non impiega più di 3-4 secondi.

Le Formule Usate

Per effettuare i calcoli si considera il punto di vista V (dove è posto l'osservatore) ad una certa quota h ($V'V$) e situato ad una certa distanza d ($V'O$) da un piano fondamentale, detto "quadro prospettico". È su questo piano che verranno proiettati, con un certo rapporto di moltiplicazione (rm), i punti dell'oggetto preso in considerazione, ottenuti come intersezione della visuale congiungente il punto di vista V e il punto dell'oggetto, con il quadro prospettico.

Consideriamo innanzitutto un punto A

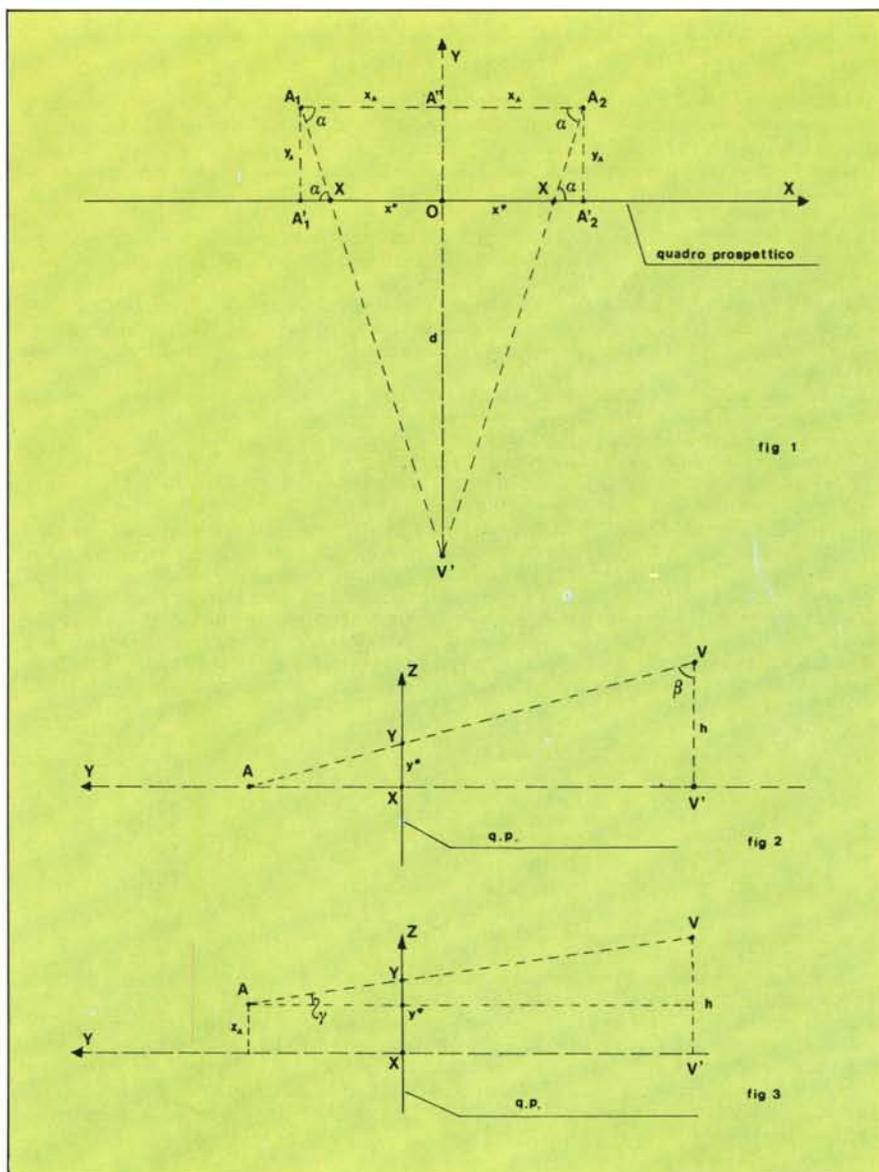


fig 1

fig 2

fig 3

dell'oggetto, posto sul piano x, y , cioè avente la coordinata z nulla. Facendo riferimento alla figura 1, che rappresenta la situazione "oggetto - quadro prospettico - punto di vista" osservato dall'alto, si hanno le seguenti formule:

$$\operatorname{tg}\alpha = \frac{A''V'}{A''A} = \frac{y_A + d}{x_A}$$

$$V'A = \sqrt{(y_A + d)^2 + x_A^2}$$

che vengono calcolate direttamente con la funzione INV P→R che trasforma le coordinate cartesiane in polari e

$$X^*A = AA' \operatorname{ctg}\alpha = y_A \operatorname{ctg}\alpha$$

$$X^*A = \frac{AA'}{\operatorname{sen}\alpha} = \frac{y_A}{\operatorname{sen}\alpha}$$

La coordinata x del punto nel quadro prospettico è perciò data dalla misura del segmento OX^* e vale

$$\begin{aligned} x &= OX^* = OA' - X^*A' = x_A - y_A \operatorname{ctg}\alpha \text{ se } x_A > 0 \\ x &= OX^* = OA' + X^*A' = x_A + y_A \operatorname{ctg}\alpha \text{ se } x_A < 0 \end{aligned}$$

Nel programma si ha l'accensione del flag 1 nel caso in cui $x_A < 0$.

Osservando la figura 2, che mostra la situazione precedente, però vista lateralmente, si può dire che:

$$\operatorname{tg}\beta = \frac{V'A}{V'V}$$

$$y = X^*Y^* = \frac{AX^*}{\operatorname{tg}\beta} = \frac{y_A}{\operatorname{sen}\alpha \operatorname{tg}\beta}$$

Consideriamo ora un punto A avente quota non nulla z_A , che potrà essere minore (figura 3) o maggiore (figura 4) del valore h dato.

Nel primo caso ($z_A < h$) si avrà

$$\operatorname{tg}\gamma = \frac{V'V - A'A}{V'A}$$

$$\begin{aligned} Y^*A'' &= AX^* \operatorname{tg}\gamma \\ y &= X^*Y^* = A'A + Y^*A'' \end{aligned}$$

mentre nel secondo caso ($z_A > h$) si ha

$$\operatorname{tg}\gamma = \frac{A'A - V'V}{V'A}$$

$$\begin{aligned} Y^*A'' &= (V'A - X^*A) \operatorname{tg}\gamma \\ y &= X^*Y^* = Y^*A'' + V'V \end{aligned}$$

Il programma

Come già detto, il programma che presentiamo è molto semplice e risulta formato da due blocchi logici fondamentali, etichettati con A e B (figura 6) e da altri tre blocchi più piccoli.

Innanzitutto queste tre parti, etichettate con C, D ed E, servono per introdurre i tre dati iniziali del problema, rispettivamente: il rapporto di moltiplicazione rm (che è il fattore di scala del disegno), la distanza d e la quota h , quest'ultime due in opportune unità di misura (ad esempio cm o m).

Il primo blocco fondamentale consente innanzitutto l'ingresso delle due coordinate x, y del punto considerato e quindi effettua il calcolo delle coordinate trasformate e cioè appartenenti al piano prospettico, sotto l'ipotesi che il punto considerato abbia quota (z) nulla.

È invece la parte etichettata con B che effettua la correzione sulla y calcolata, per dare il valore vero, funzione della quota z del punto in esame.

In particolare se ci sono più punti aventi medesime coordinate x ed y ma situati a quote z differenti, si può usare questa parte di programma senza dover ogni volta reimpostare i valori x ed y , ma semplicemente inserendo i differenti valori della z .

Infine, come si può notare dal listing, si è fatto uso di salti condizionati allo stato del flag 1, con indirizzamento assoluto, fatto che contribuisce a mantenere elevata la velocità di elaborazione del programma.

Ancora si può notare che le due parti etichettate con A e B finiscono entrambe con un RST, il quale rimanda al passo 000 in cui è presente una parte di programma comune ai due blocchi.

Utilizzazione

L'uso del programma è molto semplice: vediamo contemporaneamente all'esecuzione di un esempio.

Consideriamo il caso di un cubo, avente il lato di 4 m, di cui vogliamo disegnare la prospettiva centrale in scala 1:100 e con misure in cm .

Poniamo il punto di vista ad una distanza dal quadro prospettico pari a 10 m e ad una quota di 6 m rispetto al piano orizzontale.

Si imposta perciò, anche non nell'ordine riportato:

fattore di moltiplicazione 0.01 C
distanza $d = 1000$ cm 1000 D
quota $h = 600$ cm 600 E

Ora per effettuare una prospettiva centrale si deve porre il cubo a cavallo dell'ori-

L'angolo delle TI

Le caratteristiche che abbiamo riportato negli scorsi numeri di questa rubrica, tutto sommato possono essere ricavate autonomamente, non appena ci si "stanca" del funzionamento della nostra calcolatrice e si desidera qualcosa di nuovo.

Ecco che una rapida occhiata alla tabella di corrispondenza "codici - funzioni" riportata sul manuale ci mostrerà che esistono dei codici, oltre all'ormai ben noto 82, non corrispondenti ad alcuna funzione.

A differenza però dell'82 (HIR), gli altri praticamente non fanno granché, se si vuole escludere il solo "31", corrispondente al tasto LRN, che, incontrato da programma, ferma l'elaborazione entrando appunto in modo LRN.

Peccato! Forse si poteva supporre l'esistenza di un metodo per andare a "scandagliare i bit" così come si può fare agevolmente su un comune microprocessore: ad esempio manipolare i singoli bit di un certo dato, oppure gestire lo stack contenente i registri di ritorno dalle subroutine.

Tornando alle possibilità concrete offerte dalle nostre calcolatrici, vediamo ora altre due caratteristiche "artificiali": il "Dsz esteso" ed un set di nuove etichette.

Per quanto riguarda la Dsz, ufficialmente è costituita nei seguenti modi:

Dsz N Label, Dsz N nnn, Dsz N Ind YY

Dsz IND XX Label, Dsz Ind XX nnn, Dsz Ind XX Ind YY

con le rispettive funzioni inverse (precedute cioè da INV).

Ora "ufficialmente" il registro di controllo del loop (N) può essere soltanto compreso tra i registri 0, 1, ..., 9, cioè N è formato da una sola cifra: invece, artificialmente si può utilizzare qualunque registro (NN a due cifre) a patto che la ripartizione di memoria lo consente ed eccettuato il valore NN=40 che viene interpretato dalla calcolatrice come codice di "Ind".

L'altra caratteristica è appunto l'esistenza di un altro po' di etichette "artificiali": ricordiamo che con tale termine si indica l'impossibilità di introduzione da tastiera, ferma restando la completa possibilità di inserzione in un programma, tramite l'uso delle istruzioni Ins, Del, SST, BST. Le ulteriori etichette sono praticamente quelle aventi un codice composto e sono:

Codice	tasti	stampante
62	Pgm Ind	PG*
63	Exc Ind	Ex*
64	Prd Ind	Pd*
72	STO Ind	ST *
73	RCL Ind	RC*
74	SUM Ind	SM*
82	HIR	HIR
83	GTO Ind	GO*
84	Op Ind	Op*
92	INV SBR	RTN

Tutte quante, indistintamente, possono essere usate nei salti condizionati e non. Inoltre si possono usare, come "quasi-etichette", anche i numeri!

Sequenze tipo Lbl 0, Lbl 1, ..., Lbl 9 sono riconosciute come label dalla stampante: infatti vengono sia decodificate correttamente nei listati, sia indicate nella lista delle etichette, ottenibile con l'istruzione Op 08.

Invece non possono essere usate nei salti in quanto un tentativo di salto all'etichetta "1" (GTO 1) non è possibile: il GTO, seguito da una cifra, "aggancia" il byte successivo per formare un indirizzo assoluto.

P.P.

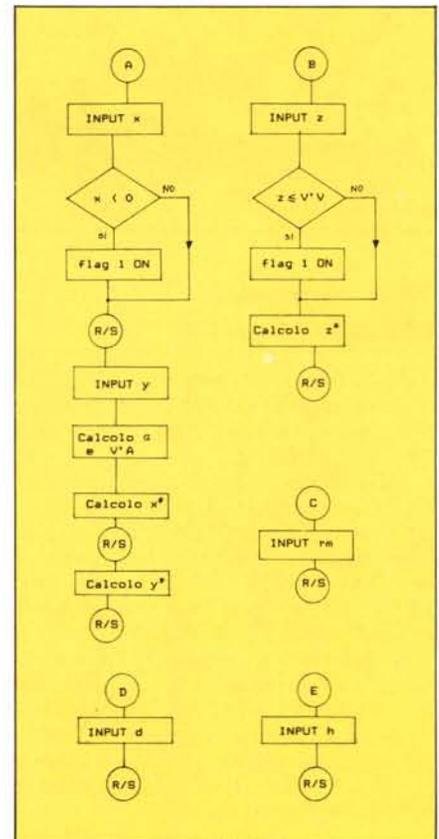
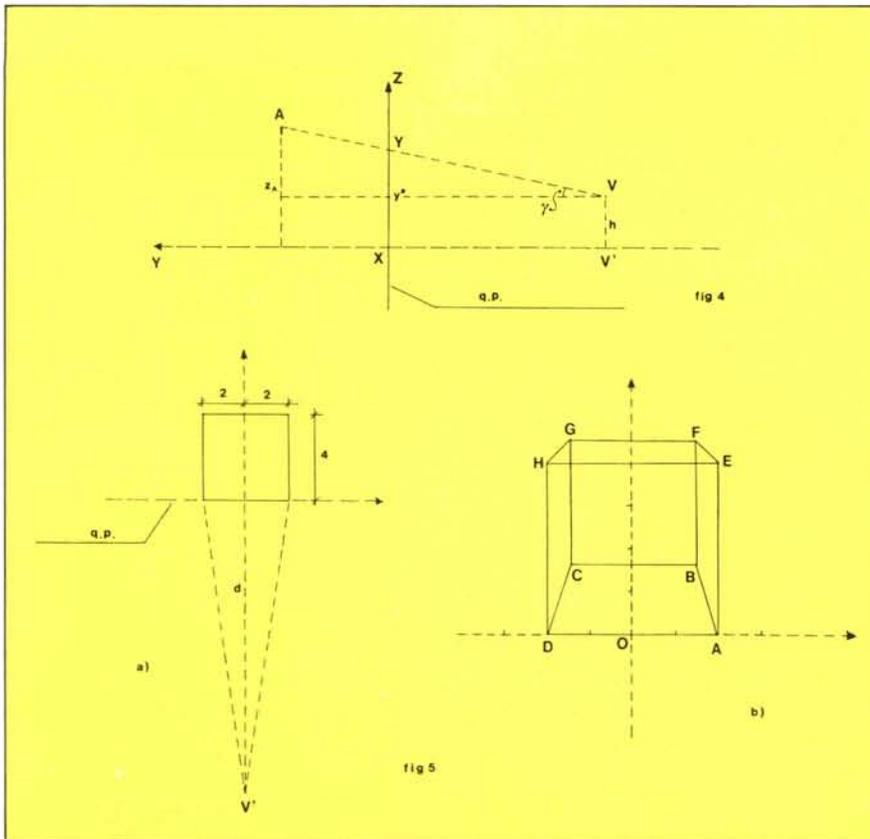


Figura 6 - Flow-chart di "Proiezioni prospettiche".

Proiezioni prospettiche											
000	95	=	033	00	00	066	43	RCL	099	54)
001	65	x	034	40	40	067	02	02	100	85	+
002	43	RCL	035	32	X:T	068	81	RST	101	32	X:T
003	07	07	036	94	+/-	069	76	LBL	102	81	RST
004	95	=	037	32	X:T	070	12	B	103	76	LBL
005	91	R/S	038	86	STF	071	32	X:T	104	13	C
006	53	(039	01	01	072	43	RCL	105	42	STD
007	43	RCL	040	91	R/S	073	01	01	106	07	07
008	03	03	041	42	STD	074	22	INV	107	91	R/S
009	55	+	042	03	03	075	77	GE	108	76	LBL
010	43	RCL	043	85	+	076	00	00	109	14	D
011	04	04	044	43	RCL	077	81	81	110	42	STD
012	38	SIN	045	00	00	078	86	STF	111	00	00
013	54)	046	95	=	079	01	01	112	91	R/S
014	42	STD	047	22	INV	080	32	X:T	113	76	LBL
015	06	06	048	37	P/R	081	75	-	114	15	E
016	55	÷	049	42	STD	082	32	X:T	115	42	STD
017	53	(050	04	04	083	95	=	116	01	01
018	43	RCL	051	32	X:T	084	94	+/-	117	58	FIX
019	05	05	052	42	STD	085	55	+	118	02	02
020	55	÷	053	05	05	086	43	RCL	119	91	R/S
021	43	RCL	054	43	RCL	087	05	05	120	00	0
022	01	01	055	03	03	088	65	x	121	00	0
023	54)	056	55	+	089	53	(122	00	0
024	81	RST	057	32	X:T	090	87	IFF			
025	76	LBL	058	30	TAN	091	01	01			
026	11	A	059	95	=	092	00	00	026	11	A
027	42	STD	060	87	IFF	093	97	97	070	12	B
028	02	02	061	01	01	094	43	RCL	104	13	C
029	32	X:T	062	00	00	095	05	05	109	14	D
030	25	CLR	063	65	65	096	75	-	114	15	E
031	22	INV	064	94	+/-	097	43	RCL			
032	77	GE	065	85	+	098	06	06			

gine degli assi (figura 5a in cui il tutto è visto dall'alto).

I vertici di questo cubo, secondo le convenzioni riportate nelle figure, avranno le seguenti coordinate:

- A (2,0,0) B (2,4,0)
- E (2,0,4) F (2,4,4)
- D (-2,0,0) C (-2,4,0)
- H (-2,0,4) G (-2,4,4)

Per calcolare ora, ad esempio, i punti corrispondenti ad "A" e ad "E", si imposta successivamente (ricordandosi che le misure devono essere espresse in cm):

200 A 0 R/S
ottenendo innanzitutto il valore dell'ascissa sul quadro prospettico ($x=2$ cm).

Con un altro R/S otteniamo invece il valore dell'ordinata sul quadro prospettico ($y=0$).

Per il punto E, le cui coordinate x ed y coincidono con quelle di A, basta ora impostare la z e premere B, per ottenere l'ordinata effettiva sul quadro prospettico. Premiamo perciò 400 B ed otterremo $y=4$.

Invece per il punto F si avrà:
200 A 400 R/S
ottenendo $x=1.43$ cm e con R/S

si ottiene il valore $y=1.71$ cm (valido, per quanto detto già prima, solo per il punto B) ed infine con

400 B
si ottiene il valore corretto $y=4.57$ cm.