divisez pour régner

sur votre TI-57

Cet article présente quelques exercices ayant comme thème la division euclidienne. Ces exercices ne font pas l'objet d'un concours. Il est notamment inutile d'envoyer des solutions à la rédaction du journal. Leur but est de fournir des activités simples (?) permettant aux débutants de se familiariser avec la programmation des calculatrices. Dans ce but, vous trouverez, à partir du mois prochain, des exemples de solutions. Il est clair qu'un même problème peut trouver des solutions très différentes suivant leurs auteurs, surtout en informatique. Celles proposées ne seront donc jamais des modèles, mais bien des exemples. Le débutant s'attachera cependant à les étudier, ne serait-ce que pour les rejeter. Peut-être apprendra-t-il ainsi quelques « ficelles » sur la programmation de la TI.57.

Chacun connaît la division euclidienne des entiers. C'est à Euclide (300 avant J.C.) que nous devons le premier exposé de ses propriétés essentielles. On ne trouve pourtant nulle part dans son œuvre comment la poser.

On sait qu'elle se définit de la manière suivante :
étant donnés deux entiers naturels a et b, b étant non nul, il existe un couple unique (q ;r) d'entiers tels que

$a = b \times q + r$ *avec* $0 \leqslant r < b$

Ainsi, par exemple, étant donnés a = 17 et b = 2, on a q = 8 et r = 1 :
$17 = 2 \times 8 + 1$

q est appelé le quotient entier (ou euclidien et r le reste de la division de a par b.

On peut écrire un programme qui donne q après avoir accepté a et b différents de 0. Bien plus intéressant est l'exercice suivant :
Ex. n° 1 : Ecrivez un programme qui accepte en entrée deux entiers a et b et qui affiche le quotient entier de a par b et le reste

C'est évidemment un travail très simple si l'on remarque que :
. q est la partie entière de a : b et q = Int [a : b]
. le reste est donné par : r = a - b × q.
Votre programme fonctionne-t-il encore pour les conditions limites (a = 0 ; b = 1) ?
Comment se comporte-t-il pour b = 0 ?
Sauriez-vous écrire un programme qui n'utilise aucun autre registre de données que t(M7) ?

On dit que b, non nul, est un diviseur de a si et seulement si le reste de la division euclidienne de a par b est nul. q est alors appelé le quotient exact de la division de a par b.

Ainsi, par exemple, le reste de la division de 24 par 6 est 0. 6 est donc un diviseur de 24. Mais 7 n'est pas un diviseur de 80 puisque le reste de la division de 80 par 7 est 3.
Ex. n° 2 : Ecrivez un programme qui, étant donnés deux entiers a et b, reconnaît si b est un diviseur de a.

Le calculateur pourrait afficher sa réponse sous la forme suivante : il donne le quotient exact de a par b si b est un diviseur de a et il affiche 0 sinon.

Pourriez-vous faire clignoter le 0 lorsque b n'est pas un diviseur de a ?

Voici une remarque qui devrait vous permettre de simplifier considérablement votre programme. Notamment, vous ne devriez plus avoir besoin d'autre registre que M7(t) :
Lorsque b est un diviseur de a, le quotient de a par b est égal à sa partie entière.

Ainsi, par exemple, 4 est un diviseur de 80 puisque 80 : 5 = Int [80 : 4]Mais 2 n'est pas un diviseur de 75 puisque 75 : 2 ≠ Int [75 : 2]

Ex. n° 2 bis : Modifiez le programme de l'exercice précédent.

Quel est, de ces deux programmes, celui qui « tourne » le plus vite ?

Voilà donc des exercices, qui, nous l'espérons, vous intéresseront. Le prochain article présentera des exemples de solutions et quelques algorithmes inhabituels de la division. Bon courage !

Christophe Haro