enseignement

Le micropoche : une bonne façon d'apprendre à compter

En programmant, sur TI 57 par exemple, l'algorithme de la multiplication ou de la division, l'écolier enseigne en quelque sorte au micropoche ce qu'il faut faire. Par la même occasion, il apprend beaucoup.

■ « Les enfants ne savent plus compter... » (soupir de désespoir). Combien de fois a-t-on entendu pareille antienne ? Les plus pessimistes ajoutent même : « ...et ce n'est pas la calculatrice qui va arranger les choses ! ».

Ils ont tout à fait raison, mais ils ont aussi tout à fait tort (non, ce n'est pas une erreur d'impression !). En fait, une des causes de la non maîtrise du calcul est la mauvaise assimilation des techniques opératoires ; car ne pas savoir compter, c'est :

- soit ne pas connaître ses tables,
- soit ne pas savoir quelle opération faire,
- soit ne pas savoir comment faire l'opération,
- parfois un peu des trois !

C'est sur le troisième point que nous allons nous pencher aujourd'hui : l'apprentissage de méthodes de calcul à l'aide d'un micropoche. Car si la calculatrice « n'arrange pas les choses » quand elle est secrètement utilisée par un « petit malin », elle peut, en revanche, se montrer un auxiliaire précieux pour la mise en œuvre pratique de raisonnements simples, d'où un apprentissage moins scolaire car plus attrayant.

La programmation doit son intérêt pédagogique à deux facteurs essentiels :

- la connaissance parfaite d'un processus est nécessaire au traitement d'un sujet (l'ordinateur ne pardonne pas) ;
- la motivation : tous les bienheureux contaminés par le virus de la programmation connaissent l'ineffable contentement doublé d'un soupir satisfait à la vue d'un de leurs programmes qui « tourne ».

Savoir faire l'opération

Si vous dites à un adolescent que vous allez lui expliquer comment faire une multiplication ou une division, sa première (et dernière) réaction sera de penser : « Quelle barbe, encore ce truc... ».

Mais s'il se rend compte qu'en divisant 37 par 43 avec sa calculatrice, il obtient un affichage limité à 8 chiffres (0,8604651) ou qu'en multipliant 6327,19 par 7863,51, il n'obtient que 49753922, ce qui est manifestement incomplet dans les deux cas, il acceptera volontiers l'idée de concevoir des programmes améliorant les performances de sa machine.

La construction d'un tel programme l'obligera à suivre les différentes étapes de l'algorithme (multiplication ou division), un nécessaire retour aux sources en quelque sorte. Nous allons voir comment grâce à deux applications précises.

□ Marc Ferrant

Tous les chiffres d'une multiplication

■ Nous avons rencontré dans l'introduction une multiplication dont le résultat exact ne pouvait pas être indiqué par l'affichage d'une calculatrice, faute de place. En effet 6327,19 × 7863,51 = 49753921,8369 ; l'affichage ne nous indique que les huit chiffres de la partie entière. Nous allons chercher comment obtenir la totalité des chiffres du résultat d'une telle multiplication.

Un exemple simple pour commencer : 47 × 358.

```
     47        47          47          47
  × 358     × ••8       × •58       × 358
  -----     -----       -----       -----
    376       376         376        2726
   235                   235         141
  141                    -----       -----
  -----                  2726        168
  16826
```

Cette décomposition permet de comprendre comment nous calculons :

- 47 × 8 = 376 : 6 est un chiffre du résultat
  37 est la retenue
- 47 × 5 = 235 : On cumule ce résultat à la retenue
  235 + 37 = 272
  2 est un chiffre du résultat
  27 est la nouvelle retenue
- 47 × 3 = 141 : On cumule ce résultat à la retenue
  141 + 27 = 168
  8 est un chiffre du résultat
  16 est la nouvelle retenue et la suite du résultat puisque la multiplication est terminée.

Etablissons maintenant le tableau 1 qui détaille ces différentes étapes. Cette phase est la conception du programme. Ici a = 47 et b = 358.

▶ Tous les chiffres d'une multiplication

Tableau 1

actions	opérations	opérations	opérations
	b = 358	b = 35	b = 3
on divise b par 10	358 : 10 = 35,8	35 : 10 = 3,5	3 : 10 = 0,3
on prend la partie décimale	0,8	0,5	0,3
on garde la partie entière qui donne une nouvelle valeur de b	**b = 35**	**b = 3**	**b = 0**
on multiplie la partie décimale par 10	0,8 × 10 = 8	0,5 × 10 = 5	0,3 × 10 = 3
on multiplie a par ce nombre	47 × 8 = 376	47 × 5 = 235	47 × 3 = 141
on cumule ce résultat avec la retenue précédente	376 + 0 = 376	235 + 37 = 272	141 + 27 = 168
on divise ce total par 10	376 : 10 = 37,6	272 : 10 = 27,2	168 : 10 = 16,8
on prend la partie décimale	0,6	0,2	0,8
on garde la partie entière qui constitue la retenue	R = 37	R = 27	R = 16
on multiplie la partie décimale par 10 : c'est un chiffre du Résultat	6	2	8
Et on recommence			

Les chiffres du résultat sont donc obtenus un par un à partir des unités. Lorsque b = 0 le dernier reste (16) constitue donc les derniers chiffres de ce résultat. La réalisation du programme est la traduction de la démarche adaptée au langage de la calculatrice.

- a (47) sera introduit dans la mémoire 0,
- b (358) sera introduit dans la mémoire 1,
- pour gagner de la place, 10 sera placé dans la mémoire 6,
- la mémoire 7 contenant zéro permettra de contrôler le moment où b prend la valeur zéro,
- les retenues seront conservées dans la mémoire 2.

On trouvera la liste du programme, commentée, dans le tableau 2.

Mode d'emploi :

- *Initialisation :*

1 - enregistrer 10 dans R_6 (10 STO 6)

2 - enregistrer 0 dans R_7 (0 STO 7)

- *Calcul :*

3 - se placer au début du programme (RST)

4 - annuler le contenu de R_2 (0 STO 2)

5 - enregistrer a (ici 47) dans R_0 (47 STO 0)

6 - enregistrer b (ici 358) dans R_1 (358 STO 1)

7 - lancer le programme (R/S) et lire les chiffres : 6, 2, 8, 16, ce qui donne bien 16826. L'arrêt est automatique.

- *Pour une autre multiplication,* reprendre au n° 3.

Dans le cas de nombres décimaux, introduire ceux-ci sans tenir compte des virgules. Vous placerez la virgule après l'obtention du résultat. On pourra ainsi vérifier que : 6327,19 × 7863,51 = 49753921,8369.

Tableau 2

Pas	Code	Touches	Commentaires
00	33 1	RCL 1	Rappel de b
01	66	x = t	Contrôle de la valeur de b (b = 0 ?)
02	51 1	GTO 1	si b = 0 aller au Lbl1
03	45	÷	
04	33 6	RCL 6	on divise b par 10
05	85	=	
06	32 1	STO 1	on conserve ce résultat dans R_1
07	– 49	INV INT	on en prend la partie décimale
08	– 34 1	INV SUM 1	on garde la partie entière dans R_1 (nouveau b)
09	55	×	
10	33 6	RCL 6	on multiplie la partie décimale par 10
11	85	=	
12	55	×	
13	33 0	RCL 0	on multiplie a par ce nombre
14	85	=	
15	75	+	
16	33 2	RCL 2	on cumule ce résultat avec la retenue
17	85	=	
18	45	÷	
19	33 6	RCL 6	on divise ce total par 10
20	85	=	
21	32 2	STO 2	on conserve ce nombre dans R_2
22	– 49	INV INT	on en prend la partie décimale
23	– 34 2	INV SUM 2	on garde la partie entière dans R_2 (retenue)
24	55	×	
25	33 6	RCL 6	on multiplie la partie décimale par 10
26	85	=	
27	36	Pause	arrêt pour lecture
28	71	RST	on recommence
29	86 1	Lbl 1	traitement du cas b = 0
30	33 2	Rcl 2	on rappelle la dernière retenue qui constitue
31	81	R/S	les derniers chiffres cherchés

Tous les chiffres d'une division

■ Dans le même esprit, nous allons maintenant aborder le problème de la division. Nous avons vu dans l'introduction que 37 : 43 donnait 0,8604651 avec une calculatrice affichant 8 chiffres. En cherchant les trois chiffres internes (× 1000 = INV 2nd Int), on constate que ce n'est pas fini... (on trouve 0,4651163), et ce n'est qu'un début ! En prolongeant la division on peut espérer trouver la période de la suite décimale de ce rationnel (voir encadré). Pour obtenir cette suite de chiffres, on détaille toutes les opérations qui constituent la réalisation d'une division.

Prenons, par exemple, 37 / 43:

$$\begin{array}{r|l} 370 & 43 \\ \cline{2-2} 260 & 0{,}860465\ldots \\ 200 & \\ 280 & \\ 220 & \\ 5\ldots & \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} 37 & 43 \\ -\ 0 & 0 \\ \hline 37 & \end{array} \quad \begin{array}{r|l} 370 & 43 \\ -\ 344 & 8 \\ \hline 26 & \end{array} \quad \begin{array}{r|l} 260 & 43 \\ -\ 258 & 6 \\ \hline 2 & \end{array} \quad \begin{array}{r|l} 20 & 43 \\ -\ 0 & 0 \\ \hline 20 & \end{array} \quad \begin{array}{r|l} 200 & 43 \\ -\ 172 & 4 \\ \hline 28 & \end{array} \quad \begin{array}{r|l} 280 & 43 \\ -\ 258 & 6 \\ \hline 22 & \end{array} \quad \begin{array}{r|l} 220 & 43 \\ -\ 215 & 5 \\ \hline 5 & \end{array}$$

Cette décomposition permet de comprendre comment nous calculons. A chaque étape de la division de a par b nous déterminons le quotient entier : a = b × q + r où q est le quotient entier et r le reste.

- 37 / 43 : 0 est le quotient entier q
  — 37 est le reste r
- 370 / 43 : — 8 est le quotient entier q
  — 26 est le reste r
- etc.

Si nous savions mieux calculer nous pourrions brûler les étapes. Ainsi, en multipliant le reste par 1000 nous obtiendrions des quotients de 3 chiffres.

- 37 / 43 : — 0 est le quotient entier q
  — 37 est le reste r
- 37000 / 43 : — 860 est le quotient q
  — 20 est le reste r
- 20000 / 43 : — 465 est le quotient q
  — 5 est le reste r
- etc.

$$\begin{array}{r|l} 37 & 43 \\ -\ 0 & 0 \\ \hline 37 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 37000 & 43 \\ -\ 36980 & 860 \\ \hline 20 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 20000 & 43 \\ -\ 19995 & 465 \\ \hline 5 & \end{array}$$

Ici encore, le reste est calculé en effectuant a − b × q

Les chiffres du résultat sont donc obtenus trois par trois après l'obtention de la partie entière (on multiplierait le reste par 1000000 pour obtenir ces chiffres par groupe de 6).

Utilisation des mémoires :

- a (37) sera introduit dans la mémoire 0
- b (43) sera introduit dans la mémoire 1
- pour gagner de la place, 1000 sera placé dans la mémoire 7.

La liste du programme est donnée et commentée dans le tableau 3.

> Un *rationnel* est un nombre qui peut être écrit sous la forme a/b où a et b sont entiers. Deux possibilités : ou le résultat finit par tomber juste (ex. 2/125) ou bien les décimales du quotient ont une période (ce sont toujours les mêmes décimales qui reviennent indéfiniment).

Tableau 3

Pas	Code	Touches	Commentaires
00	32 0	STO 0	a étant affiché est placé dans R_0
01	81	R/S	arrêt pour introduction de b
02	32 1	STO 1	b est placé dans R_1
03	86 0	Lbl 0	début de traitement
04	33 0	RCL 0	
05	45	÷	
06	33 1	RCL 1	on divise a par b
07	85	=	
08	49	Int	on prend la partie entière du quotient (q)
09	36	Pause	arrêt pour lecture
10	55	×	
11	33 1	RCL 1	on multiplie cette partie entière par b (b × q)
12	85	=	
13	− 34 0	INV SUM 0	on retranche ce résultat de a (r)
14	33 7	RCL 7	le reste, multiplié par 1000, donne une
15	39 0	Prd 0	nouvelle valeur de a
16	51 0	GTO 0	on recommence le traitement

Mode d'emploi :

- *Initialisation :*

1 - enregistrer 1000 dans R_7(1000 STO 7)

- *Calcul :*

2 - se placer au début du programme (RST)
3 - afficher a (ici 37) (37 R/S)
4 - afficher b (ici 43) (43 R/S)
5 - lire la partie entière, en l'occurrence 0, puis les décimales, par groupes de 3 : 860, 465, 116, 279, 69, 767, 441, 860, 465, etc. Pour arrêter, appuyer sur R/S.

Ainsi, 37 : 43 = 0,860465116279069767441860465...

- *Pour une autre division,* reprendre au n° 2.

Remarque : si un affichage n'est pas de trois chiffres (69 par exemple), il faut remplacer les chiffres manquant à gauche par des zéros (069).

□ M. F.