

Le puzzle de Nicomaque

L'arithmétique a,
de tout temps,
fourni quantité
de casse-tête.
En voici un, très ancien,
qui n'a rien perdu
de son intérêt
(programme pour TI-57).

■ La fonction modulo (en abrégé *mod*), que l'on trouve préprogrammée sur certains ordinateurs, fournit le reste de la division euclidienne de deux nombres a et b . Si ces deux nombres sont respectivement 25 et 6, le reste est 1. On dira par ailleurs que 25 est congru à 1 modulo 6, ce qui s'écrit aussi $25 \equiv 1 \pmod{6}$. On indique ainsi que le reste de la division de 25 par 6 est 1, ou — ce qui revient au même — que 25 et 1, quand on les divise par 6, ont le même reste, c'est-à-dire 1.

Si votre ordinateur de poche ne dispose pas de la fonction MOD, vous pouvez l'obtenir facilement grâce à l'égalité $r = a - b \times \text{Int}(a/b)$. Sur une calculatrice (la TI-57 en l'occurrence), nous simulerons cette fonction en utilisant un sous-programme faisant appel aux possibilités d'échange entre l'affichage et un registre mémoire (2nd Exc). Afin d'économiser les pas de programme, on fera d'autre part les opérations arithmétiques directement en mémoire.

Pour illustrer cette fonction modulo, nous l'appliquerons à un jeu mettant en œuvre une propriété arithmétique intéressante publiée par Nichomachus dans un traité d'arithmétique datant du premier siècle de notre ère. De quoi s'agit-il ? Si l'on considère un nombre



entier compris entre 1 et 100 (cet exemple a été retenu parce qu'il est simple), et si l'on examine quels sont les restes que l'on obtient en le divisant par 3, 5 et 7, on s'aperçoit que ces restes constituent une sorte de carte d'identité de cet entier : ils le définissent, et ils ne définissent que lui. Vous pouvez le vérifier... ou le démontrer ! C'est cette propriété qui est à la base de notre jeu.

La TI-57 va vous proposer successivement les trois restes et vous devrez retrouver le nombre initial (compris entre 1 et 100) en un mini-

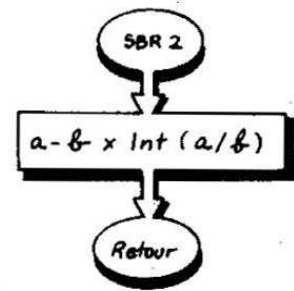
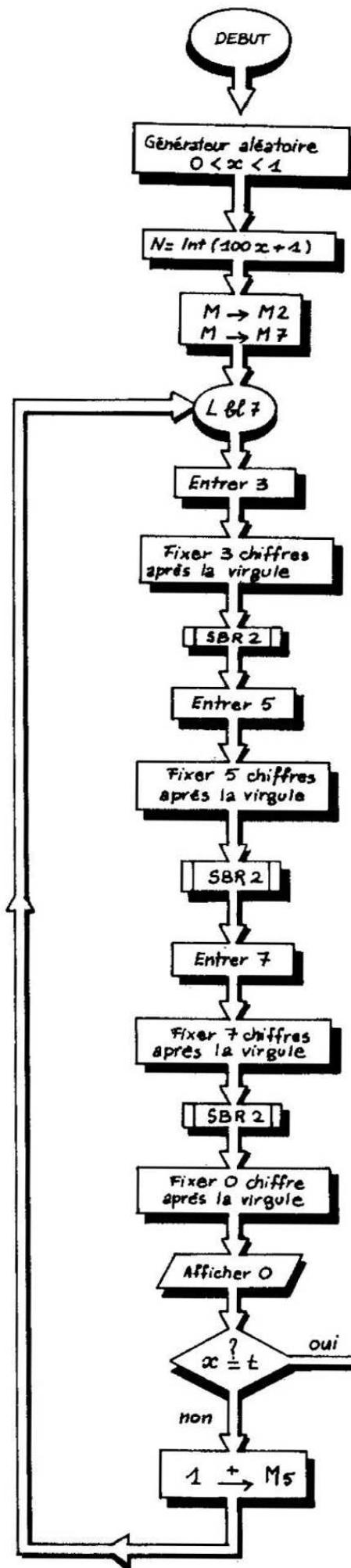
Le puzzle de Nicomaque

Programme pour TI-57

Auteur Bernard Elman

Copyright l'Ordinateur de poche et l'auteur.

00	15	CLR
01	33 1	RCL 1
02	-18	2nd INV Log
03	-49	2nd INV Int
04	32 1	STO 1
05	55	X
06	02	2
07	-18	2nd INV Log
08	75	+
09	01	1
10	32 5	STO 5
11	85	=
12	49	2nd Int
13	32 2	STO 2
14	38 7	2nd Exc 7
15	86 7	2nd Lbl 7
16	03	3
17	48 3	2nd fix 3
18	61 2	SBR 2
19	05	5
20	48 5	2nd fix 5
21	61 2	SBR 2
22	07	7
23	48 7	2nd fix 7
24	61 2	SBR 2
25	-48	2nd INV fix
26	15	CLR
27	81	R/S
28	66	2nd $\times = t$
29	51 9	GTO 9
30	01	1
31	34 5	SUM 5
32	51 7	GTO 7
33	86 2	2nd Lbl 2
34	32 3	STO 3
35	-39 2	2nd INV Prd 2
36	33 7	RCL 7
37	65	-
38	38 2	2nd Exc 2
39	49	2nd Int
40	55	X
41	33 3	RCL 3
42	85	=
43	36	2nd Pause
44	36	2nd Pause
45	-61	INV SBR
46	86 9	2nd Lbl 9
47	36	2nd Pause
48	33 5	RCL 5
49	-34 5	INV SUM 5



Exemple d'utilisation :
 0,4256 STO 1
 RST
 R/S
 Affichage : 1.000 (pause),
 2.00000 (pause),
 4.0000000 (pause),
 0

Le nombre inconnu est donc

- congru à 1 modulo 3,
- congru à 2 modulo 5,
- congru à 4 modulo 7.

On essaie 43 (au hasard) :
 43 R/S
 Affichage : 1.000 (pause),
 2.00000 (pause),
 etc.

Le nombre inconnu est en fait 67.

Le nombre de vos essais sera affiché en fin de partie.

Pour différencier les trois restes, on a utilisé une astuce très simple qui pourra être reprise avec profit dans de nombreux autres programmes : c'est le nombre de zéro figurant derrière la virgule qui indique s'il s'agit du reste d'une division par 3, par 5, ou par 7. Ainsi 2.000 signifie qu'il reste 2 quand on divise le nombre initial par 3 et 3.0000000 signifie qu'il reste 3 quand on le divise par 7.

Avant de jouer, on introduira un nombre compris entre 0 et 1 en mémoire 1 (par exemple 0.4256 STO 1) pour le générateur de nombres aléatoires. Il suffira ensuite de presser sur RST et sur R/S, et de regarder.

Les trois restes sont affichés, puis un zéro. On entre alors la réponse. Une pression sur R/S. Si la réponse est inexacte, les restes sont de nouveau affichés. Dans le cas contraire, elle est réaffichée un court instant et

le nombre d'essais apparaît en clignotant.

On recommence une autre partie en pressant CLR, RST et R/S.

□ Bernard Elman