

Números primos a gogó

Alguna vez hemos necesitado tener una tabla de números primos, por motivos muy variados. Veamos cómo ahorrarnos quebraderos de cabeza.

Supongamos que queremos obtener una tabla de números primos.

Empecemos por definir que número primo es todo número natural que sólo admite división entera por sí mismo y por la unidad*.

Una primera aproximación consiste en tomar cada número natural y dividirlo sucesivamente por todos los números naturales, menores o iguales que él, si tiene más de dos divisores (el uno y él mismo están asegurados) el número no es primo y lo desecharmos, probando con el siguiente.

Este proceso, a pesar de ser correcto, es muy lento, supongamos que deseamos obtener todos los números primos hasta el número 1.000.

Debemos hacer n divisiones para el número n , luego el número de divisiones será $[1.000 \times (1.000 + 1)]/2 = 500.500$, número que es ligeramente desproporcionado. Veamos la manera de reducirlo.

En una primera cuestión que debemos fijarnos, es que si el número que estamos tratando es divisible por otro, el cual a su vez es divisible por un tercero, entonces el primero será divisible por el tercero, aplicando esta regla sucesivamente, vemos que un número es primo si no es divisible por ningún número primo menor que él*.

De esta conclusión extraemos el hecho de que nos basta con probar con los números primos que hayamos encontrado hasta el momento para determinar si un número es primo o no.

Una segunda cuestión se deriva del hecho de que si un número es divisible entre otro, entonces también es divisible entre el cociente de la división anterior. Teniendo en cuenta que cuando aumentamos el divisor disminuye el cociente sólo tendremos que probar números hasta el «cruce» del divisor y el cociente, pues una vez el divisor supera al cociente, si encontramos uno que divida al número que estamos tratando, entonces el cociente entero será menor que el divisor y ya lo habremos probado anteriormente, por lo que repetimos la operación.

Este cruce entre el divisor y el cociente se produce exactamente en la raíz cuadrada del número que estamos examinando, por lo que sólo miraremos hasta ahí. (En principio daría lo mismo buscar desde la raíz cuadrada hasta el número, pero hay más números enteros en esta zona.)

Hasta aquí hemos visto maneras de eliminar pruebas a la hora de determinar si un número es primo o no, veamos ahora la manera de eliminar candidatos.

Un primer punto consiste en el hecho de que todo número par

menos el dos no es primo, luego con eliminar éstos nos quedamos con la mitad de los posibles candidatos.

Un segundo punto se basa en el siguiente hecho. Consideremos la tabla 1, en ella vemos que si en vez de ir sumando 2 al último candidato sumamos una vez 2 y otra 4 nos quedamos sin los $2/3$ de candidatos.

De esta manera, con todas estas restricciones, y trabajando en una TI-59 con la partición en 119.99 (10 OP 17) podemos encontrar una cantidad increíble de números primos (exactamente hasta el cuadrado del que almacene el registro 99), de los cuales no los guardará todos, pero los irá imprimiendo (programa 1).

También presentamos un programa totalmente equivalente para el ATOM en el que hacemos uso de las facilidades de acceso a memoria de éste. Con la instrucción DIM A(-1) lo que obtenemos es la dirección del primer octeto libre en la memoria tras el programa. A partir de esta posición vamos a establecer un vector de palabras de 4 octetos, cada una de las cuales contendrá un número primo. Como punteros auxiliares tenemos P y Q, cuyos valores sumados al de A nos darán posiciones reales en memoria, donde se sitúan, para P el siguiente primo que vamos a ver si divide al número N que estamos tratando, y para Q la dirección del último número encontrado, para seguir añadiendo números (programa 2).

Gerardo Izquierdo



*El número 1 no se considera primo, principalmente debido a ser el elemento neutro del producto.

PROGRAMA 1

```

0 76 LBL -+ INICIACION      8 00 00      I TERMINADO      8 65 X      I PRIMO
1 11 A      I DE              9 75 -      I CON              9 73 RC*     I ANTERIOR
2 03 3      I DATOS          40 73 RC*    I UN              60 02 02    I
3 42 STO    I                1 02 02    I NUMERO          1 95 =      I
4 01 01     I                2 33 X2    I EN              2 67 X=T    I
5 05 5      I                3 95 =      I CUYO            3 44 SUM    -+
6 42 STO    I                4 29 CP    I CASO            4 69 OP     -+ INCREMENTAMOS
7 00 00     I                5 22 INV    I LO              5 22 22    I EL
8 42 STO    I                6 77 X)T    I GUARDAMOS      6 61 GTC    I PUNTERO
9 03 03     I                7 69 OP     -+              7 29 CP     -+
10 86 STF   I                8 43 RCL   -+ VEMOS         8 76 LBL    -+ GUARDAMOS
1 01 1      -+              9 00 00    I SI              9 69 OP     I EL
2 76 LBL   -+ VER           50 75 -     I EL              70 69 OP    I NUEVO
3 44 SUM    I SI            1 53 (      I NUMERO          1 21 21    I PRIMO
4 87 IFF    I SE            2 24 CE     I ELEGIDO         2 43 RCL    I ENCONTRADO
5 01 1      I SUMA          3 55 /      I ES              3 00 00    I LO
6 86 STF   I 2              4 73 RC*    I DIVIDIDO        4 72 ST*    I IMPRIMIMOS
7 86 STF   I 0              5 02 02    I PUR             5 01 01    I NOS
8 01 1      I 4              6 54 )      I ALGUN           6 24 CE     I PARAMOS
9 04 4      I PARA          7 59 INT    I NUMERO          7 99 PRT    I Y
20 61 GTO   I EL            8 91 R/S    I VOLVEMOS       8 91 R/S    I A
1 49 PRD    I SIGUIENTE     9 61 GTO    I A                9 61 GTO    I A
2 76 LBL   I NUMERO        80 44 SUM   -+ SEGUIR
3 86 STF   I
4 22 INV    I
5 86 STF   I
6 01 1      I
7 02 2      I
8 76 LBL   I
9 49 PRD    I
30 44 SUM   I
1 00 00    -+
2 03 3      -+ INCIAMOS
3 42 STO    I FL
4 02 02    -+ PUNTERO
5 76 LBL   -+ VEMOS
6 29 CP     I SI
7 43 RCL   I HEMOS

```

PROGRAMA 2

```

5 PRINT $2,2,3,5
10 DIM AC-1)
15 N=7
20 IA=5
25 F=1
30 Q=0
35 DO
40 P=-4
45 DO
50 P=P+4
55 UNTIL (N<<(A!P)=0) I (N<<(A!P)*(A!P))
60 IF N<<(A!P)*(A!P) THEN Q=Q+4;A!Q=N;PRINT N
65 IF F=1 THEN F=0;N=N+4;UNTIL 0
70 IF F=0 THEN F=1;N=N+2;UNTIL 0

```

TABLA I

INUM.	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	..
I /2 I	X		X		X		X		X		X		X		X		X		X		..
I /3 I			X			X			X			X			X			X			..
I /6 I			X						X						X						..
IVALEI

LOS NUMEROS MARCADOS CON /2 SON LOS PARES, LOS MARCADOS CON /3 LOS MULTIPLOS DE 3 Y LOS MARCADOS CON /6 SON MULTIPLOS DE 6, ASI PUES TENDREMOS QUE EXPLORAR EN 'N' NUMEROS N - N/2 - N/3 + N/6. SE SUMAN N/6 PUES SE CUENTAN SINO DOS VECES COMO QUITADOS, Y COMO SE VE A PARTIR DE 7 VAN DE 4, 2, 4, 2, ...