LA CALCULETTE DE L'ASTRONOME

Astronomie et relativité

La théorie de la Relativité restreinte, élaborée par Einstein en 1905, cherchait d'abord à lever l'incompatibilité entre la mécanique classique de Newton (où la vitesse d'un mobile, par exemple, est additive par rapport à son référentiel) et l'expérience célèbre de Michelson et Morley (effectuée pour la première fois en 1881) montrant que la vitesse de la lumière reste constante, sans se composer avec celle de la Terre : suivant la mécanique classique, elle aurait dû en effet être plus grande lorsque la Terre vient à la rencontre du faisceau lumineux. Or il n'en est rien.

Dès lors que la vitesse d'un astre ou d'un mobile quelconque approche celle de la lumière, des effets « relativistes » font ainsi leur apparition. La mécanique classique n'est pas pour autant remise en cause, mais elle n'est applicable que dans un domaine restreint, limité aux vitesses peu importantes par rapport à celle de la lumière. Les effets relativistes sont donc tout à fait négligeables dans la pratique courante, mais dans un avenir prévisible les techniques spatiales nous conduiront sans doute à atteindre des vitesses qui ne seront plus une fraction négligeable de celle de la lumière et des effets correctifs devront alors être pris en compte.

Le plus connu de ces effets concerne le raccourcissement des longueurs et la dilatation des temps, bien illustré par le classique « voyageur de Langevin », où un astronaute lancé dans l'espace intersidéral à 298 300 km/s (99,5 % de la vitesse de la lumière) verrait son temps ralenti dix fois par rapport à celui de ses compatriotes restés sur Terre. De même, la masse du mobile emportant cet astronaute serait accrue dans la même proportion, ce qui explique qu'il soit impossible d'atteindre cette fatidique vitesse de la lumière : plus on s'en approche, en effet, et plus la masse augmente, d'où nécessité de fournir davantage d'énergie pour maintenir et accroître cette vitesse, ce qui a pour effet d'alourdir encore le vaisseau spatial qui doit fournir encore plus d'énergie, et ainsi de suite... Pour déterminer ce facteur correctif des temps et des masses « relativistes », il existe une formule connue sous le nom de « transformation de Lorentz ». C'est ce calcul, au demeurant très simple, que nous vous proposons ce mois-ci, à titre de divertissement.

PROGRAMME DE CALCUL

Formule

$$T_m = \frac{T_r}{\sqrt{1 - (v/c)^2}}$$

$$M_m = \frac{M_r}{\sqrt{1 - (v/c)^2}}$$

avec :

T_m : temps du voyageur en mouvement

T_r : temps « terrestre » de référence

M_m : masse du mobile en mouvement

M_r : masse du mobile au repos

Programme TI 57, 58 et 59

```
000  LBL E
     +/—
     STO 00
     Op 10
     x ≶ t
     R/S
010  LBL A
     ÷
     2
     9
     9
     7
     9
     2
     .
     4
020  5
     7
     =
     LBL B
     x²
     +/—
     +
     1
     =
030  √x
     yˣ
     x ≶ t
     ×
     RCL 00
     |x|
     =
038  R/S
```

Instructions

- Calculatrice sous tension, passer en mode programme (faire LRN)
- Introduire le programme
- Revenir en mode calcul (refaire LRN)
- Introduire les données, deux cas :

1) masse ou temps

Introduire la valeur, faire E.

Quand la machine s'arrête introduire :

— soit la vitesse, faire A ;

— soit le rapport v/c, faire B.

Dans les deux cas la machine affiche masse ou temps relativistes.

2) longueur

Introduire la valeur, faire +/—, puis E.

Quand la machine s'arrête, introduire :

soit la vitesse, faire A ;

soit le rapport v/c, faire B.

Dans les deux cas la machine affiche la longueur relativiste.

Programme HP 25, 29, 33, 34, 67

```
01  CHS
 2  ↑
 3  ↑
 4  x = 0
 5  GTO 10
 6  ABS
 7  ÷
 8  Last x
 9  x ≶ y
10  R/S
 1  x < o
 2  GTO 24
 3  2
 4  9
 5  9
 6  7
 7  9
 8  2
 9  .
20  4
 1  5
 2  7
 3  ÷
 4  x²
 5  CHS
 6  1
 7  +
 8  √x
 9  x ≶ y
30  yˣ
31  ×
32  R/S
33  GTO 01
```

Instructions

- Calculatrice sous tension, passer en mode programme (bouton sur PRGM)
- Introduire le programme
- Revenir en mode calcul (bouton sur RUN)
- Introduire les données, deux cas :

1) masse ou temps

Introduire la valeur, faire R/S.

Quand la machine s'arrête sur —1, introduire :

— soit la vitesse, faire R/S ;

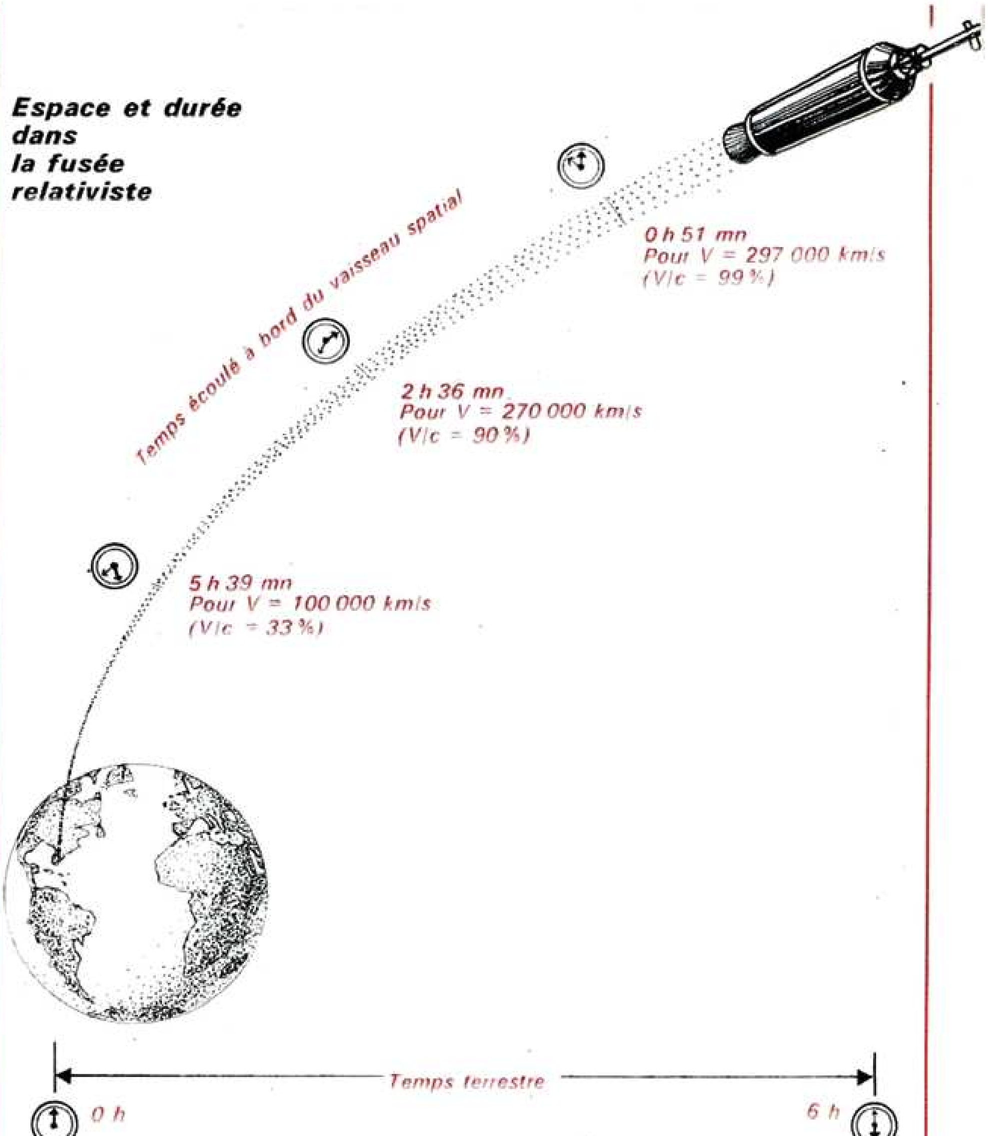
Dessin L. Delplanque

— soit le rapport v/c, faire CHS, puis R/S.
Dans les deux cas, la machine affichera masse ou temps relativistes.
2) longueur
Introduire la valeur, faire CHS, puis R/S.
Quand la machine s'arrête sur +1, introduire :
— soit la vitesse, faire R/S,
— soit le rapport v/c, faire CHS, puis R/S.
Dans les deux cas, la machine affichera la longueur relativiste.
Les deux programmes permettant de résoudre les équations données dans l'article ont été conçus de façon à répondre à deux critères.
1) Ne plus avoir, si possible, que les données à introduire une fois le programme tapé. Les constantes sont donc mises en mémoire en cours de programme.
2) Répondre à tous les cas possibles sans avoir à modifier le contenu des mémoires ni à introduire de nouvelles constantes.
Ici, le même programme doit donner masse, temps et longueurs relativistes selon les valeurs introduites. Ces grandeurs, étant de nature différente, expliquent que la marche à suivre soit elle aussi différente selon le cas.

CALCUL NUMÉRIQUE ET RÉSULTATS

Exemple 1 : Vous désirez connaître le temps écoulé sur Terre lorsqu'une année se sera écoulée à bord d'un vaisseau spatial voguant à 99 % de la vitesse de la lumière.
La réponse est 2 587,416 348 jours.
Conclusion : à 99 % de la vitesse de la lumière le temps s'écoule environ 7 fois moins vite.
Exemple 2 : Quelle sera la masse d'un corps de 100 tonnes dont la vitesse sera portée à 99 % de la vitesse de la lumière ?
La réponse est 708,88 tonnes. C'est la valeur atteinte pour la vitesse considérée.
Exemple 3 : Temps écoulé sur Terre, correspondant à un an pour des astronautes à 260 000 km/s.
La réponse est 1 001,850 311 jours.
Exemple 4 : Masse d'un vaisseau spatial de 100 tonnes lancé à 260 000 km/s ?
La réponse est 200, 8 661 717 tonnes. Résultat cherché.
On constatera alors que les effets relativistes restent inférieurs à 1 % en dessous de 42 000 km/s (ce qui représente tout de même 150 milliards de km/h !) et qu'il faut atteindre 125 000 km/s pour dépasser le cap des 10 %. Mais ensuite la situation évolue très vite car nous avons affaire à une courbe exponentielle. Nous trouvons 100 % (doublement de la masse ou division du temps par deux) pour 260 000 km/s (soit 87 % de la vitesse de la lumière). Il est possible de s'approcher ainsi de plus en plus près de cette vitesse limite qu'est la vitesse de la lumière. Les résultats sont étonnants...

Espace et durée dans la fusée relativiste



Note. A en juger par le courrier reçu, notre rubrique proposant de petits calculs astronomiques a séduit de nombreux lecteurs. Ceux qui ont l'habitude de la programmation savent bien qu'il n'y a pas *une* seule façon de programmer un calcul, mais que plusieurs variantes sont possibles. Elles sont certes plus ou moins « élégantes », mais permettent toutes d'arriver au même résultat. Ainsi, les programmes que nous proposons sont-ils donnés à titre indicatif, sans prétendre correspondre à la meilleure optimisation. Nous voudrions souligner qu'*il ne s'agit pas là d'une initiation à la programmation* (laquelle nécessiterait une présentation tout à fait différente). Notre démarche est avant tout de permettre une approche de quelques problèmes astronomiques (et par la suite astronautiques) simples.
Les programmes proposés sont donc avant tout conçus pour les *non-initiés*. Il est bien évident que les lecteurs ayant une bonne pratique de la programmation auront plutôt intérêt à personnaliser ces programmes — voire à adapter les entrées/sorties à leurs besoins particuliers — à partir des formules proposées. Dans leur cas, c'est à ce niveau que se situe l'intérêt de notre rubrique.

A propos des azimuts. Quelques lecteurs ont été surpris par le sens des azimuts indiqué dans notre calcul de la direction de lever et coucher du soleil [1]. Nous signalons qu'il ne s'agit pas d'une erreur car *en astronomie* les azimuts sont bel et bien comptés positivement vers l'ouest, c'est-à-dire dans le sens des aiguilles d'une montre. C'est l'inverse, il est vrai, dans la marine et l'aéronautique. Nous avons retenu la première norme parce que notre rubrique revêt le caractère de calculs astronomiques, mais il est bien évident que le lecteur pourra inverser ce sens à sa guise.

(1) (N° 746, novembre 1979).

DES PROGRAMMES ALLÉGÉS

Comme nous l'avons dit, les lecteurs ont été très nombreux à nous proposer des programmes plus courts et plus simples, tant pour le calcul des azimuts que pour ceux des orbites.
Nous avons retenu ceux qu'a rédigés M. Daniel Ferro, et nous les donnons donc ci-dessous. Notons que pour les azimuts, le test sur n était inutile puisque :

$$\sin 360 \frac{n + n'}{n'} = \sin\left(360 \frac{n}{n'} + 360\right) = \sin 360 \frac{n}{n'}$$

Azimuts

TI 58, 59

```
LBL A
STO 01
R/S
LBL B
—
8
0
=
×
.
9
8
6
3
=
sin
×
2
3
.
4
4
2
+/—
+
STO 02
RCL 01
=
tg
×
.
6
+
(
RCL 02
sin
÷
RCL 01
COS
)
INV cos
=
R/S
+/—
+
3
6
0
=
R/S
```

Utilisation de TI

1) Introduire φ, appuyer A.
2) Introduire N, appuyer B.
Azimut lever apparaît.
3) Appuyer R/S, azimut coucher apparaît.
4) φ étant constant, pour une nouvelle valeur de N introduite au clavier, appuyer B.

Orbites

TI 58, 59

```
LBL A
√x
x ≶ t
R/S
×
x ≶ t
=
INV y^x
1
.
5
×
4
2
2
4
1
.
1
6
=
R/S
```

Utilisation de TI

1) Introduire M (masse relative), appuyer A.
2) Introduire T (en jours), appuyer R/S.
Le résultat apparaît en km.

Pierre KOHLER □