

LA CALCULETTE DE L'ASTRONOME

Les fusées-sondes et leurs performances

Malgré l'importance prise par les satellites artificiels, les fusées-sondes restent couramment utilisées; elles constituent en effet des « vecteurs » irremplaçables pour l'étude de l'atmosphère entre 40 et 140 km d'altitude, au-dessus du plafond des ballons-sondes, et en dessous du plancher des satellites; ceux-ci, rappelons-le, ne peuvent subsister à une altitude inférieure, car le freinage atmosphérique devient trop important pour leur permettre de boucler une orbite complète. En outre, les fusées-sondes continuent d'être utilisées pour effectuer des expériences de biologie spatiale, des tests technologiques (résistance de matériaux à la rentrée dans l'atmosphère, par exemple), ou des observations astronomiques. Certaines observations peuvent en effet se satisfaire d'un vol relativement bref, cette solution permettant d'examiner directement les documents obtenus (la charge utile étant récupérée), contrairement aux satellites.

Nous proposons de calculer l'altitude et la vitesse atteintes par une fusée quelconque, utilisée en fusée-sonde, c'est-à-dire en tir vertical, et non comme missile où l'on cherche au contraire à obtenir une portée maximale. Les fusées-sondes existantes comportent de un à trois étages (4, exceptionnellement, pour des expériences particulières); cette formule permet de cumuler les vitesses, et donc d'accroître considérablement l'altitude atteinte, mais c'est au détriment de la charge utile. Pour ce calcul nous nous limiterons donc à trois éléments, mais l'on pourra bien entendu se placer également dans une configuration à un ou deux étages.

Les éléments nécessaires au calcul sont: le poids de chacun des étages réservoir plein, leur poids à vide (carcasse + moteur-fusée + charge utile), le temps de combustion, et la vitesse d'éjection du propergol utilisé. Ce sera au lecteur de fixer les caractéristiques de « sa » fusée, en tenant compte, toutefois — car il convient de rester réaliste! — des quelques indications suivantes:

● le bilan de masse d'une fusée type se décompose généralement

ainsi: 5 à 25 % de poids mort, 75 à 95 % de propergols (carburant + comburant);

● le temps de combustion est le plus souvent compris entre 4 et 60 secondes pour les propergols solides (fusées « à poudre »), et

1 à 9 minutes pour les propergols liquides;

● les vitesses d'éjection se situent entre 2 100 et 2 500 m/s dans le premier cas, 2 600 à 4 000 m/s dans le second, suivant les mélanges utilisés (voir tableaux).

VITESSES D'ÉJECTION OBTENUES POUR DIFFÉRENTS PROPERGOLS SOLIDES (en m/s)

Perchlorate d'ammonium + polybutadiène	2 450
Perchlorate d'ammonium + polyuréthane	2 330
Nitrocellulose + nitroglycérine	2 150

VITESSES D'ÉJECTION OBTENUES POUR DIFFÉRENTS PROPERGOLS LIQUIDES (en m/s)

Comburant Combustible	Oxygène liquide	Acide nitrique	Péroxyde d'azote	Fluor
Ethanol	2 737	—	—	—
UDMH (*)	3 041	2 713	2 802	—
Kérozène	2 948	2 629	2 706	—
Hydrogène liquide	3 836	3 200	3 345	4 021

(*) Sigle américain de « diméthyl-hydrazine dissymétrique »

Ajoutons que notre programme se place dans le cas « idéal » d'un tir vertical (alors que certaines fusées-sondes sont lancées sous une très légère inclinaison par rapport au zénith) et ne tient pas compte d'effets secondaires tels que le freinage aérodynamique au cours des premiers kilomètres de l'ascension. L'écart reste toutefois inférieur à 10 %.

L'intérêt de ce programme de calcul est de faire apparaître

l'incidence sur les performances qui est entraînée par la modification des caractéristiques d'une fusée de base. En particulier, on pourra faire varier les différents « paramètres » et voir par exemple dans quelle mesure l'augmentation ou la réduction de la charge utile, l'adjonction d'étages supplémentaires, ou l'utilisation d'un autre propergol, influent sur l'altitude de culmination.

Données à introduire

- M_{t1}, M_{t2}, M_{t3} , masses totales de chacun des étages, carburants et comburants compris.
- M_{v1}, M_{v2}, M_{v3} , masses à vide de ces mêmes étages.
- t_1, t_2, t_3 , temps de combustion à chaque étape.
- V_{e1}, V_{e2}, V_{e3} , vitesses d'éjection des propergols utilisés.
- M_{cu} , charge utile.

Les calculs, relativement simples, sont les suivants:

g désignant l'accélération de la pesanteur, supposée constante égale à $9,81 \text{ m/s}^2$,

$$1^o \quad h_1 = V_{e1} t_1 \left(1 - \frac{1}{\frac{M_{t1}}{m_1} - 1} \times \text{Log} \frac{M_{t1}}{m_1} \right) - \frac{1}{2} g t_1^2$$

et de même pour h_2 et h_3 , en changeant les indices.

LA CALCULETTE DE L'ASTRONOME

Ici,
 $M_1 = Mt_1 + Mt_2 + Mt_3 + M_{cu}$
 $m_1 = Mv_1 + Mt_2 + Mt_3 + M_{cu}$
 $M_2 = Mt_2 + Mt_3 + M_{cu}$
 $m_2 = Mv_2 + Mt_3 + M_{cu}$
 $M_3 = Mt_3 + M_{cu}$ / dans le cas
 $m_3 = Mv_3 + M_{cu}$ où il y aurait
 un 3^e étage.

h_1 désigne la distance parcourue pendant la combustion du premier étage, etc.

Alors, $H_0 = h_1 + h_2 + h_3$, altitude en fin de propulsion.

2^o Incréments de vitesse obtenus par chaque étage :

$$v_1 = V_{e1} \text{Log} \frac{M_1}{m_1} - g t_1, \text{ de même}$$

pour v_2 et v_3 .

Alors, on pose $V_0 = v_1 + v_2 + v_3$.

3^o L'altitude de culmination est

$$H_1 = H_0 + \frac{V_0^2}{2g}$$

4^o Le temps d'ascension jusqu'à la culmination est :

$$T_1 = t_1 + t_2 + t_3 + \frac{V_0}{g}$$

L'utilisateur est libre de choisir le nombre d'étages qu'il désire (généralement 2 ou 3). A partir de ces formules, et pour chaque étage, les programmes cumuleront les altitudes, les vitesses et les temps d'ascension pour, à la fin, afficher H_0 , V_0 , H_1 et T_1 .

Une fois le calcul effectué, toutes les données devront être réintroduites pour un nouveau calcul. Autrement, le nombre de mémoires utilisées serait beaucoup plus grand, et le programme considérablement rallongé.

Pour les deux modèles de calculatrice, un affichage mode Fix 4 est recommandé.

Attention : Les masses doivent être introduites en kilogrammes, les vitesses en mètres par seconde, et les temps de combustion en secondes.

Programme pour TI-58, TI-59

```
000 LBL A
    CMS
    STO 00
    R/S
    STO 01
    R/S
    LBL B
011 STO 02
    SUM 05
    R/S
    LBL C
    STO 03
020 R/S
    LBL D
    +
    RCL 01
```

```
x ↔ t
CLR
R/S
030 LBL E
    SUM 01
    RCL 01
    =
    ÷
    x ↔ t
    -
    x ↔ t
040 1
    =
    x ↔ t
    ln x
    +
    x ↔ t
    + / -
    +
    1
    =
050 ×
    RCL 02
    ×
    RCL 03
    -
    RCL 02
    x²
061 ×
    4
    .
    9
    =
    SUM 04
    x ↔ t
    ×
    RCL 03
071 =
    SUM 06
    DSZ 0
    008
    RCL 04
080 ÷
    3
    INV log
    =
    R/S
    RCL 06
    -
    9
090 .
    8
    1
    ×
    RCL 05
    =
    ×
    STO 07
100 3
    .
    6
    =
    R/S
    RCL 07
    x²
    ÷
    1
```

```
110 9
    .
    6
    +
    RCL 04
    =
    ÷
    3
    INV log
121 =
    R/S
    RCL 05
    +
    RCL 07
    ÷
    9
130 .
    8
    1
    =
    ÷
    6
    0
    x²
    =
    INV D.MS
```

141 R/S

Mode d'emploi

1^o Introduire le nombre d'étages en A, suivi de la charge utile M_{cu} en R/S.

2^o Pour chaque étage (en commençant par le dernier) :

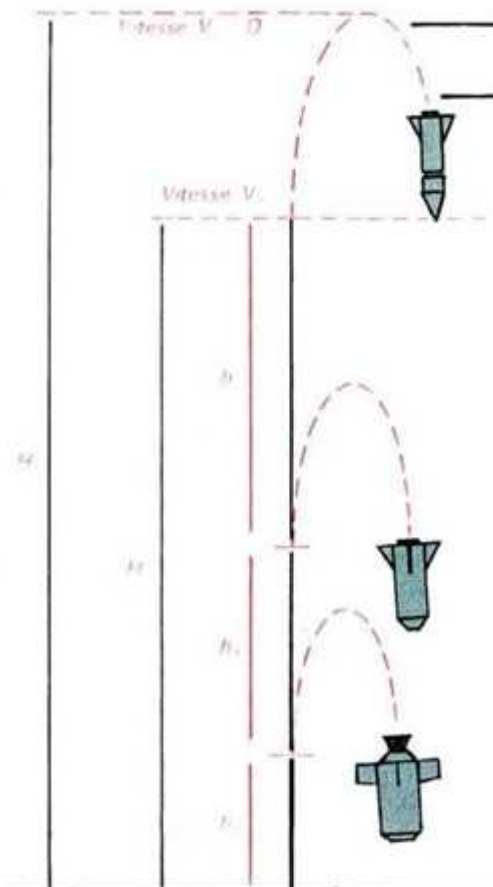
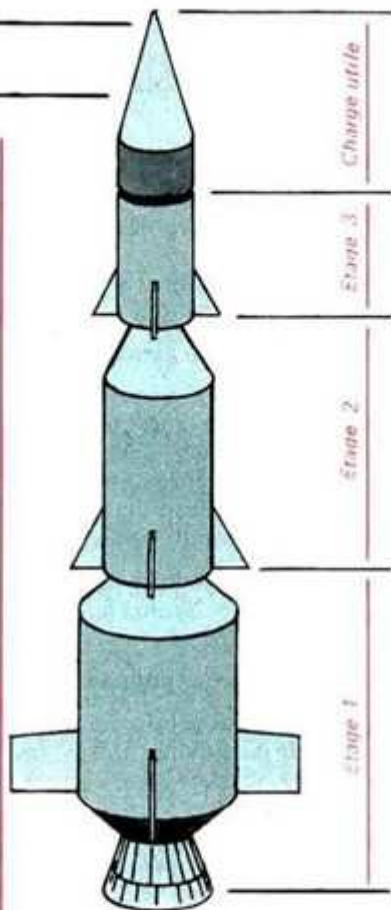
— mettre le temps de combustion en B, la vitesse d'éjection en C, la masse à vide en D et la masse totale en E;

— quand la machine s'arrête, aller au 2^o pour introduire les données de l'étage précédent.

3^o Une fois les données sur le premier étage entrées, la première valeur affichée par la machine sera H_0 , en km. Après R/S, apparaîtront successivement V_0 en km/h, H_1 en km, et T_1 sous la forme HH.MMSS.

Programme sur HP-34 C

```
001 LBL A
    CL.REG
    STO 0
    x ↔ y
    EEX
    5
    CHS
    +
    STO I
010 LBL 0
    CLX
    R/S
    STO 1
    STO + 4
    STO 2 → R↓
    RCL 0 R↓
    +
020 x ↔ y
    RCL 0
    +
```



0
x²
÷
→ H.MS

099 RTN

Mode d'emploi

1° Introduire le nombre d'étages et, après ENTER ↑, la masse M_{cu} de la charge utile. Faire A.

2° Pour chaque étage (en commençant par le dernier) :

— introduire successivement, en les séparant par des ENTER et dans l'ordre : la masse totale, la masse à vide, la vitesse d'éjection et le temps de combustion ;

— après celui-ci, ne pas faire ENTER, mais R/S.

La machine arrêtée, aller au 2° pour un nouvel étage.

3° Une fois les données sur le premier étage entrées, la première valeur affichée par la machine sera H_0 , en km.

Après R/S, apparaîtront successivement V_0 en km/h, H_1 en km, et T_1 sous la forme HH.MMSS.

Exemple :

Fusée (française) à 2 étages DRAGON III.

1^{er} étage : $M_{t1} = 920$ kg ; $M_{v1} = 230$ kg ; $V_{e1} = 2\,500$ m/s ; $t_1 = 16,5$ s.

2^e étage : $M_{t2} = 320$ kg ; $M_{v2} = 80$ kg ; $V_{e2} = 2\,100$ m/s ; $t_2 = 23,5$ s.
Charge utile : $C_u = 50$ kg.

Sur TI-58, 59

1° Faire 2, A, 50, R/S.

2° Faire 23,5 B ; 2 100 C ; 80 D ; 320 E ; (2^e étage).

3° Faire 16,5 B ; 2 500 C ; 230 D ; 920 E ; (1^{er} étage).

Apparaît alors $H_0 = 31,14$ km.

Faire R/S : apparaît $V_0 = 13\,384$ km/h.

Après R/S, apparaissent $H_1 = 736$ km et $T_1 = 0,0659$, soit une durée de 6 minutes 59 secondes.

Sur HP-34 C

1° Faire 2 ENTER, 50 A.

2° Introduire 320↑, 80↑, 2 100↑, 23,5 R/S (2^e étage).

3° Continuer : 920↑, 230↑, 2 500↑, 16,5 R/S.

Apparaît $H_0 = 31,14$ km.

Faire R/S : apparaît $V_0 = 13\,384$ km/h.

Après R/S, apparaissent successivement $H_1 = 736$ km et

$T_1 = 0,0659$ soit 6 minutes et 59 secondes.

N.B. A la culmination, la vitesse est évidemment nulle. Ces chiffres correspondent aux performances réelles du DRAGON à moins de 10 % près.

Pierre KOHLER

Programmation Daniel FERRO □

Presque toutes les fusées de haute altitude employées aujourd'hui sont des fusées à étages : en effet, la masse à enlever dans le ciel diminue à chaque séparation, tandis qu'une fusée simple continue à emporter des réservoirs énormes mais vides qui ne sont plus que des poids morts.

STO 0
x ↔ y
÷
STO 3
LN
LST x
1
030 —
÷
CHS
1
+
RCL 1
×
RCL 2
×
RCL 1
040 x²
4
.
9
×
—
STO + 5
RCL 3
LN
RCL 2
050 ×
STO + 6
DSE
GTO 0
RCL 5
EEX
3
÷
R/S

RCL 6
060 RCL 4
9
.
8
1
×
STO 7
3
070 .
6
×
R/S
RCL 7
x²
1
9
.
6
÷
080 RCL 5
+
EEX
3
÷
R/S
RCL 7
9
.
8
090 1
÷
RCL 4
+
6