GRANDS NOMBRES ET PETITES CALCULATRICES

Un certain snobisme a fait déprécier sous le vocable de calculettes toutes les machines qui n'ont pas la taille d'un ordinateur. Pourtant ces petites calculatrices, si peu encombrantes qu'on peut les mettre dans la poche, sont capables de travailler sur des nombres ayant des centaines de chiffres, et cela sans jamais faire l'ombre d'une erreur.

● Depuis plus d'un siècle que tout Français doit savoir lire, écrire et compter, nul n'ignore que les divisions qui tombent juste sont rares, ce qui permet de fournir de solides casse-tête aux petits écoliers. S'il est facile de partager 100 en quatre parts, ou 300 en 12 parts, nul n'a jamais réussi à diviser 10 francs entre trois personnes. Et que dire alors de fractions telles que 1 980/63 ou 3 456 789/123 456 ?

Par chance, on trouve maintenant partout des mini-calculatrices qui se chargent de faire l'opération avec une bonne précision — de 8 à 13 chiffres — mais des esprits plus affûtés ont vite découvert qu'on pouvait exiger beaucoup plus de ces petites machines. Dans notre numéro de janvier, nous avions mentionné le fait que la calculatrice la plus simple permet de connaître un quotient de nombres entiers avec une infinité de décimales.

Cette information nous valait une masse de lettres, nos lecteurs voulant savoir quel était le procédé à utiliser, et nous en avions alors donné une esquisse dans notre numéro de mars. Mais cette esquisse restant un peu sommaire, le courrier a continué car nos correspondants voulaient des précisions, et nous reviendrons donc sur ce problème de manière plus approfondie. En même temps, nous allons tenter de montrer quelques possibilités, en général ignorées, des petites calculatrices programmables ; ceci permettra de répondre à tous les lecteurs qui nous ont demandé si le calcul de nombres ayant des dizaines de chiffres était à la portée de ces machines.

Bien entendu, la réponse est oui, et le seul exemple du nombre π ouvrira déjà des horizons nouveaux à ceux qui pensent que les calculatrices n'ont que les dix chiffres de l'affichage. On sait que π exprime le rapport entre la longueur d'un cercle et son diamètre selon la formule classique $l = \pi.d$. On utilise le plus souvent la valeur classique $\pi = 3{,}1416$. En réalité, la suite des décimales est illimitée et non répétitive, ce qui revient à dire que π ne peut s'exprimer sous forme d'une fraction, ni même d'ailleurs d'une racine.

Depuis l'antiquité les mathématiciens ont cherché à en donner une valeur aussi précise que possible. En l'an 500, les Chinois avaient 6 décimales exactes, précision qui ne sera atteinte en Europe que sept siècles plus tard. Vers 1600 on connaît π avec 30 décimales ; en 1800 on est à 140 ; en 1844, un Viennois donne 205 décimales, mais la vérité oblige à dire que toutes les opérations avaient été confiées à un calculateur prodige de 16 ans qui mit deux mois à faire le travail, ce qui effectivement relevait bien du prodige : les autres mettaient des années.

Le record du calcul manuel, si on peut dire, fut l'œuvre de l'anglais W. Shanks : 707 décimales qui figurent toujours dans la rotonde du Palais de la Découverte. Un détail qui a son importance : Shanks commença les calculs vers 1855 et publia le résultat en 1874. Il lui avait fallu près de 20 ans et, chose ennuyeuse, il s'était trompé à partir de la 528e décimale. Cela n'a rien de très étonnant si l'on songe qu'il faut calculer plus de 1 000 termes d'une série convergente, avec 710 chiffres à chaque fois ; de

Dessin G. Mathieu

plus, chaque terme réclame deux multiplications et deux divisions faites sans erreur.

Calculer π avec des centaines de décimales, c'était donc l'œuvre d'une vie. Aujourd'hui, c'est l'affaire de quelques heures pour n'importe quel amateur disposant d'une calculatrice qui tient dans la poche ; pas besoin d'une pièce entière pour disposer les mémoires en ruban magnétique, les consoles de travail, les claviers, les imprimantes, et une installation d'air conditionné pour que le tout fonctionne bien.

Une petite machine programmable suffit pour obtenir une précision qu'on aurait considérée comme littéralement miraculeuse il y a seulement cinquante ans. La palme revient pour le moment à l'un de nos lecteurs, M. Labat, qui a rédigé un programme permettant de calculer π avec 611 décimales sur une Texas 59. Nous pensons d'ailleurs qu'il est possible d'aller plus loin encore et de tirer 900 décimales de la même machine, dépassant ainsi, et de beaucoup, le calcul de Shanks. Or le programme n'est pas spécialement compliqué, puisqu'il se limite aux opérations arithmétiques : il n'y a ni cosinus, ni logarithmes, ni racines, ni rien qui dépasse les connaissances d'un bon écolier.

A première vue, il paraît difficile d'admettre qu'une calculatrice dont le cadran n'affiche que 10 chiffres puisse calculer un nombre de 600 chiffres. La technique est pourtant relativement simple, puisqu'elle consiste à fractionner le nombre cherché en groupes de 10 chiffres que l'on met à tour de rôle dans les mémoires disponibles. Le calcul de π n'est d'ailleurs qu'un exemple parmi d'autres : on peut tout aussi bien évaluer le nombre e, base des logarithmes, extraire une racine cubique, trouver la somme d'une série, et cela avec des centaines de chiffres. Bien sûr, il est plus simple encore de faire l'addition ou la multiplication de ces grands nombres, et cela avec une précision absolue.

Les seules limites tiennent au nombre de mémoires dont dispose la calculatrice. En ce sens on ne peut rivaliser avec les grands ordinateurs dont les possibilités intrinsèques de calcul ne sont pourtant pas plus grandes, mais qui ont des milliers de mémoires à leur disposition. C'est ainsi que π a été calculé avec un million de décimales en 1974 par J. Guilloux et M. Bouyer sur un CDC 7600, bien que le programme mis en jeu soit à peu près le même que celui qu'on utilise sur une TI 59 ou une HP 67.

Pour un amateur, tout le plaisir de ces longs calculs réside donc dans l'utilisation optimale de la calculatrice : il faut tout de même beaucoup d'ingéniosité pour arriver à faire tenir, et à manipuler, de très grands nombres dans de très petites machines. Les pas de programme sont limités, et les mémoires le sont plus encore. Il faut alors imbriquer les opérations, trouver des astuces pour serrer les étapes, combiner au mieux les transferts, les instructions, les rappels de mémoire jusqu'au moment où on peut laisser la machine tourner seule pendant des heures. Mais le résultat de ce long travail est souvent, comme nous le verrons, largement à la hauteur des espérances.

La première étape sur cette voie consiste à pouvoir faire les quatre opérations élémentaires sur les grands nombres : addition, soustraction, multiplication, division. En pratique, il faut pour cela disposer d'un adressage indirect, faute de quoi le programme devient très long et ne tient plus dans la machine. En pratique, nous considérerons donc les Texas 58 & 59 et les Hewlett Packard 34 & 67. Nous laisserons de côté la

HP 41 qui ne constitue pas un outil complet à soi seul : pour en tirer un bon parti, il faut lui adjoindre un lecteur de cartes magnétiques et des blocs-mémoire ce qui, pour commencer, porte son prix à près de 4 000 F. D'autre part, elle cesse d'être facilement transportable, et une fois tout équipée on peut difficilement la considérer comme une calculatrice de poche. Enfin, toute machine à laquelle on peut adjoindre des unités périphériques sort du cadre de cette étude : à ce moment, les résultats qu'on peut obtenir dépendent seulement du nombre d'unités supplémentaires qu'on peut brancher. Il n'est plus nécessaire d'optimiser le programme, ni de faire montre de beaucoup de talent.

L'opération la plus simple menant à de très grands nombres est la division, comme nous l'avions déjà indiqué dans nos études précédentes. Toutes les calculatrices, même les plus simples, permettent d'y arriver ; toutefois, nous n'examinerons ici que celles disposant de plusieurs mémoires et de deux touches infiniment utiles dans cette opération, et qui sont en général marquées Int et Frac : elles permettent de ne garder que la partie entière ou que la partie décimale d'un nombre quelconque.

La marche à suivre est extrêmement simple, puisqu'elle consiste à continuer la division comme on le ferait à la main, et seule la présence de zéros dans le quotient risque de créer des ennuis. Considérons par exemple la fraction 831/67. Toute calculatrice honnête donne tout de suite le résultat, en général avec dix chiffres : 12,40298507. C'est insuffisant puisque nous voulons toutes les décimales possibles — de toutes façons celles-ci reprendront identiques à elles-mêmes au bout d'un certain nombre de chiffres.

Pour cela nous ne ferons que des divisions dont le résultat soit entier : ici, 831/67 vaut 12 et il reste 27 ($831 = 12 \times 67 + 27$). Continuer la divison à la main consisterait à mettre un zéro à 27 et à diviser 270 par 67, ce qui fournit un nouveau reste auquel on remet un zéro, et ainsi de suite. On pourrait procéder ainsi, mais on travaillerait bien en-deça des capacités de la machine qui vont jusqu'à 10 chiffres.

Mais il ne faut pas aller trop loin dans l'autre sens, sous peine de déborder les mémoires qui procèdent alors à des arrondis, lesquels enlèvent toute précision au calcul. Gardant notre exemple 831/67, considérons une machine tenant 10 chiffres par mémoire ; pour avoir le plus grand nombre de chiffres à chaque tour, on a intérêt à mettre le plus grand nombre possible de zéros après le reste pour avoir un quotient de 10 chiffres.

Le reste étant ici 27, on pourrait introduire dans la machine 27×10^{10} et diviser par 67 : on a alors 4 029 850 746 qui représentent les 10 premières décimales du quotient. Le seul ennui, c'est qu'il n'est plus possible de trouver le reste de cette division : il faut en effet calculer $27 \times 10^{10} - 402... \times 67$. Or $402... \times 67$ donne un nombre de 12 chiffres qui déborde les mémoires : la machine arrondit automatiquement et on trouve 0 comme reste, ce qui est faux.

En pratique, il faut mettre derrière le reste un nombre de zéros tel que le résultat tienne dans le registre de 10 chiffres. Ici, on peut donc mettre au plus 8 zéros. La partie entière de la division $27 \times 10^8/67$ est 40 298 507 et le reste s'obtient facilement : il vaut 31. Il ne reste plus qu'à recommencer avec 31.10^8, et la suite des décimales apparaît par groupe de 8 chiffres.

Mais si on passe à une autre fraction, par exemple 5 678/345, on ne peut plus continuer à sortir les décimales par groupe de 8 : le dénominateur ayant 3 chiffres, la multiplication de 8 chiffres par 3 chiffres, nécessaire pour avoir le reste, peut donner 11 chiffres, ce qui dépasse la capacité des mémoires. Il faut descendre d'un cran et multiplier le reste par 10^7 (ou par une puissance de 10 inférieure à 10^7, par exemple 10^6 ou 10^4) ; à ce moment, les décimales sortiront par groupes de 7 (ou de 6, ou de 4).

En fait, il faut donc multiplier le reste par 10^n avec $n \leqslant 10$ — (nombre de chiffres du dénominateur) ; sur les TI 58 & 59, $n \leqslant 13$ — (nombre de chiffres du dénominateur). Pour la commodité de la lecture, il est d'ailleurs préférable de ne pas dépasser $n = 10$ sur les Texas, car si la machine travaille bien sur 13 chiffres, elle n'en affiche jamais que dix.

La seconde difficulté provient des zéros. Reprenons la fraction 831/67 et calculons les décimales par groupes de 6 ; la partie entière vaut 12, puis la machine donne 402 985 - 74 626 - 865 671 - 641 791 - 44 776 - etc. On en conclurait que le quotient vaut 12,402 985 746 268 656 716 417 914 477 6 etc. Or c'est faux : chaque groupe fourni par la machine compte pour 6 chiffres ; 74 626 et 44 776, qui ne font que 5 chiffres, sont en réalité 074 626 et 044 776.

En chiffres entiers, la calculatrice n'affiche jamais les zéros devant les nombres. Deux solutions s'offrent alors : compter à chaque fois le nombre de chiffres, et rajouter des zéros si le nombre est inférieur à celui demandé ; ou faire apparaître chaque groupe sous forme décimale, une astuce pratique pour déceler les zéros en tête de groupe. Dans le cas choisi, les décimales vont apparaître sous la forme 0,402 985 - 0,074 626... 0,044 776, etc. Il est alors facile d'écrire le quotient vrai qui vaut 12,402 985 074 626... etc.

TOUTES LES DÉCIMALES D'UNE FRACTION

Les deux programmes que nous donnons ci-dessous permettent de connaître toutes les décimales d'une fraction rationnelle. Ils sont relativement courts dans la mesure où il faut faire à la main le cadrage du résultat affiché.

Programme Ti 58 et 59 : *LBL A, STO 01, ÷, R/S/, STO 04, =, Int, R/S, ×, RCL 04, —, RCL 01, =, +/—, ×, RCL 02, ÷, STO 01, RCL 04, =, Int, ÷, RCL 02, =, R/S, ×, RCL 02, GTO 011.*

Avant de calculer une fraction a/b (a jusqu'à 13 chiffres, b jusqu'à 12 chiffres) faire 1 EE n STO 02 et fix n, avec $n \leqslant 13$ — (nombre de chiffres de b). Pour la commodité de lecture des résultats, il vaut mieux ne pas dépasser n = 8 ou même n = 6. Introduire a, faire A, introduire b, faire R/S : la partie entière du quotient est affichée. Chaque pression de la touche R/S amènera ensuite les décimales sous la forme 0, ×××... dont on ne garde que la partie suivant la virgule.

Programme HP : *STO 4, $x \lessgtr y$, ↑, ↑, RCL 4, ÷, Int, R/S, RCL 4, ×, —, RCL 2, ×, ↑, ↑, RCL 4, ÷, Int, RCL 2, ÷, R/S, lst x, ×, GTO 09.*

Avant de calculer une fraction a/b (a jusqu'à 10 chiffres, b jusqu'à 9 chiffres) faire EEX n STO 2 et fix n, avec $n \leqslant 10$ — (nombre de chiffres de b). Comme pour les Texas, il est pratique à la lecture de n'avoir que 6 à 8 chiffres, donc $n \leqslant 8$. Introduire a, faire RTN (ou GTO 00), introduire b, faire R/S. La partie entière est affichée. Chaque pression de la touche R/S amène ensuite les décimales sous la forme 0, ×××... dont on ne garde que la partie suivant la virgule. □

Toute l'astuce, fort simple, consiste à diviser à chaque fois le quotient par le même 10^n avec lequel on multiplie le reste. Mais il faut maintenant faire attention aux zéros qui vont apparaître en queue : pour la machine un nombre comme 8 130, une fois divisé par 10^n, apparaît comme 0,813 000..., c'est-à-dire la même chose que 813 divisé par 10^n. Il faut donc faire très attention au nombre de chiffres, ce qui ramènerait au cas précédent, ou mettre la machine en fix n, n étant le même que celui de 10^n.

Sur les machines perfectionnées — HP 34 &

67, TI 58 & 59 — ces opérations peuvent être programmées automatiquement, n valant 10 (ou 13) — (partie entière du logarithme décimal du dénominateur). On fera attention sur les Texas, la séquence demandant à être très bien maîtrisée, faute de quoi la touche INV log risque d'amener des erreurs fatales (par exemple 10 ou 1 000 à la place de 100) ; il faut couper les chiffres de garde avec INV EE après avoir pris soin de ne pas laisser en fix 0 ou fix 1. Le fix 0 est nécessaire pour faire apparaître la partie entière sans virgule ni zéros superflus.

Nous donnons en encadré les programmes permettant de calculer les quotients avec une infinité de décimales sur les HP et TI ; le cadrage exact du nombre de décimales se fera à la main, mais nos lecteurs compétents rétabliront facilement le cadrage automatique avec DSP(i) sur les HP ou fix Ind xx sur les Texas.

Ces programmes, relativement courts, permettent de faire le quotient d'un nombre de 10 chiffres par un nombre de 9 chiffres (sur les HP) ou de 13 chiffres par 12 chiffres sur les TI. Nous sommes déjà dans les grands nombres pour ce qui concerne le résultat, chaque pression de la touche R/S amenant un nouveau groupe de décimales. Pour peu que le diviseur soit un nombre un peu important, cette suite peut avoir des milliers, voire des millions ou plus de chiffres différents. Rappelons ici que la suite des décimales d'une fraction entière est toujours périodique, c'est-à-dire qu'au bout d'un certain temps les mêmes chiffres reviennent dans le même ordre.

Par exemple, 111/7 = 15,857 142 857 142... le groupe 857 142 se reproduisant indéfiniment ; chaque groupe de la période a au plus n — 1 chiffre, n étant le diviseur. Ici n = 7 et le groupe a au plus 6 chiffres, comme c'est le cas pour 111/7. En calculant 123/61, on verra que le groupe a 61 — 1 = 60 chiffres. Mais la période peut être beaucoup plus courte : elle est de 28 chiffres pour 323/232 alors qu'elle pourrait atteindre 231 pour un autre dividende.

Avec les machines possédant un adressage indirect, le dividende peut avoir des dizaines, ou même des centaines de chiffres : il suffit de fractionner le nombre à diviser en groupes de 10 (HP) ou de 13 (TI) chiffres qu'on placera dans des mémoires se succédant en ordre régulier. Un nombre de 120 chiffres peut ainsi être placé dans les mémoires 1 à 12 en mettant 10 chiffres à chaque fois.

Effectuer la division de ce grand nombre ne pose pas de gros problèmes tant que le diviseur reste limité à 9 chiffres (ou 12 pour les TI) : on fait l'opération de la même manière que précédemment, mais au lieu d'ajouter des zéros au reste, on lui ajoute un groupe de chiffres pris dans la mémoire suivante, et on répète l'opération jusqu'à épuisement des données contenues dans les mémoires. Ce faisant, on remplace au fur et à mesure le contenu de ces registres par le quotient ; mais du fait même qu'il s'agit d'une division, on a moins de chiffres à l'arrivée qu'au départ : un nombre de 120 chiffres divisé par un nombre de 5 chiffres donnera en général un nombre de 115 chiffres (ou parfois de 116). Il faut noter que l'opération est faite sans décimales ni arrondis.

La multiplication d'un même grand nombre de ce type ne présente pas non plus de grosses difficultés, mais il faut fractionner le contenu de chaque registre pour ne pas en déborder les capacités. Par exemple, pour multiplier 9 977 553 311 par 357, il n'est pas question

LES GRANDS NOMBRES SUR LA HEWLETT 67

La HP 67 est une machine classique disposant de 26 mémoires de 10 chiffres, d'un adressage indirect et des fonctions DSZ et ISZ. Elle peut donc se prêter à l'arithmétique des grands nombres mais chaque registre tenant 10 chiffres, il n'est guère possible de dépasser 200 à 230 chiffres, soit 20 à 23 mémoires occupées sur les 26 ; il faut en effet toujours au moins 2 ou 3 mémoires pour l'adressage, les tests ou le contrôle d'un terme général.

Les quelques records que nous donnons ci-dessous sont ceux auxquels sont parvenus des amateurs possesseurs de ces machines, et ils sont enregistrés au centre usagers de Hewlett-Packard à Genève.

- *Multiplication de deux nombres de 80 chiffres ; le produit a 160 chiffres (K. Wigström, Suède).*
- *Division, dividende et diviseur jusqu'à 120 chiffres ; quotient infini (P. Molinaro, France).*
- *Racine carrée d'un nombre avec 182 chiffres (K. Wigström, Suède).*
- *Racine cubique d'un nombre avec 76 chiffres (K. Wigström, Suède).*
- *Puissance (y^x) jusqu'à 200 chiffres (W. Seewald, Suisse).*
- *Factorielle (n !) jusqu'à 200 chiffres (W. Seewald, Suisse).*
- *e, base des logarithmes naturels, avec 215 chiffres (S. Treek, Allemagne).*
- *π, rapport de la circonférence du diamètre, avec 200 chiffres (R. de La Taille, France).* □

d'utiliser directement la touche (x) de la machine puisque le résultat possède 13 chiffres qui ne tiendraient pas dans une seule mémoire. On fractionne alors le nombre en deux et on commence par multiplier 0,53311 par 357 ce qui donne 190,320 27. On multiplie ensuite 99 775 par 357, ce qui donne 35 619 675 ; on lui ajoute 190 de la multiplication précédente, et on le divise ensuite par 100 000 pour avoir 356,198 65. On garde la partie décimale 0,198 65 qu'on remultiplie par 10^5 et qu'on ajoute à la partie décimale précédente ; total : 19 865,320 27. On multiplie encore par 10^5 et on remet ce résultat dans la mémoire où était le chiffre de départ ; la dernière partie entière, soit 356, sera de même ajoutée au résultat de la multiplication de la mémoire suivante divisée en deux de la même manière. On poursuit le procédé jusqu'à épuisement de tous les chiffres du nombre à traiter.

Cette fois, et contrairement à la division, le nombre est plus grand et il faut prévoir une mémoire totale, somme des mémoires partielles à 10 chiffres, assez grande pour le tenir. Nous indiquons dix chiffres, ce qui est la limite des Hewlett, mais avec les Texas on peut aller jusqu'à 13 en séparant le nombre en 7 et 6 chiffres. Il peut d'ailleurs être nécessaire de fractionner en plus petits groupes si le multiplicateur est très grand : pour une mémoire de 10 chiffres, fractionner 5 — 5 ne suffira pas si le multiplicateur a 6 chiffres ; il faudra faire 4 — 4 — 3.

L'addition, enfin, de deux grands nombres contenus dans deux mémoires composites se fera de même en fractionnant moitié-moitié si on utilise toute la capacité du registre, ou par simple addition avec la touche (+) si on met un chiffre de moins dans chaque mémoire, c'est-à-dire 12 pour les Texas et 9 pour les Hewlett. Mais il ne faut pas oublier de garder la retenue le cas échéant, et de la faire passer dans la mémoire suivante. La soustraction se fait selon un principe similaire.

Dans le cas où il faut manipuler deux grands nombres, on utilisera soit deux mémoires composites, soit une seule en rangeant tous les chiffres du premier nombre comme parties entières, et tous ceux du second comme parties décimales. Ainsi, les nombres 135 791 113 151 719... et 246 810 121 416... pourront être rangés dans des mémoires à dix chiffres sous la forme 13 579. 246 81 - 11 131.012 14 - etc.

Multiplication et division peuvent également se faire avec deux grands nombres, et il convient alors de les fractionner tous les deux. Le programme devient un peu plus difficile, mais reste tout de même à la portée des calculatrices programmables. Ainsi, notre collaborateur Daniel Ferro a établi, pour la Texas 59, des programmes qui permettent de calculer le produit de deux nombres ayant chacun 564 chiffres ; le résultat comporte alors 1 128 chiffres ! Dans le même ordre d'idées, il a réussi à calculer factorielle 582, soit 582 !, soit encore 1 × 2 × 3 × 4... × 582 : c'est un nombre de 1 248 chiffres. Ces deux exemples permettent de situer les capacités numériques de ce qu'on appelle les petites calculatrices : en écrivant les chiffres un peu gros, style scolaire (soit 2 chiffres par cm), 582 ! réclamerait une bande de papier ayant 6,25 mètres de long. On a peine à croire qu'un tel calcul puisse sortir d'une machine qui tient dans la poche.

D'ailleurs, à partir du moment où l'on maîtrise bien les quatre opérations sur les grands nombres on peut se lancer dans le calcul des séries analytiques qui mènent aux nombres transcendants genre e et π, ou évaluer les racines cubiques avec des centaines de décimales. Le tout est de bien choisir son programme et d'utiliser astucieusement l'adressage indirect (STO (i) ou STO Ind xx) les DSZ ou ISZ, les tests et les boucles.

Notons que ces calculs sont toujours très longs — de quelques heures à quelques jours — et qu'il y a intérêt à optimiser le programme si l'on ne veut pas perdre trop de temps. En particulier, sur les Texas on fera les adressages au numéro du pas de programme et non avec des labels : comme nous l'avons vérifié avec un programme donnant π, le gain de temps peut atteindre 50 % (144 chiffres sur une TI 58 en moins de 3 h).

Les deux séries les plus simples à évaluer sont celles donnant e, base des logarithmes naturels, et π, rapport du demi-cercle au rayon. La série donnant e est simple : 1 + 1/1 ! + 1/2 ! + 1/3 ! + ... 1/n ! Elle est facile à programmer puisqu'il suffit, ayant calculé le terme de rang n, de diviser ce terme par n + 1 pour avoir le suivant qu'on ajoute au total, et ainsi de suite.

Le calcul de π est plus difficile, les séries étant moins simples ; celle partant de arctg x est souvent utilisée à partir de l'arc 1/239, mais elle mène à des opérations un peu compliquées ; celle partant de arcsin x donne un programme plus simple qui permet, nous l'avons vu, d'aller jusqu'à 611 chiffres avec une Texas 59, ou 221 sur une Texas 58. La règle du jeu n'est d'ailleurs pas d'obtenir des milliers de chiffres, car il suffirait pour cela d'acheter une machine ayant des centaines de mémoires, et on se retrouverait vite avec un véritable ordinateur.

Tout le plaisir, en fait, consiste à tirer le maximum de la machine dont on dispose. C'est ainsi qu'il est plus beau de sortir 220 décimales de π sur une Texas 58 grâce à un programme affiné, que d'en sortir 410 sur une Texas 59 avec un programme plus grossier : pour le même nombre de pas de programme (160) une 59 a 100 mémoires quand une 58 n'en a que 40, et elle sera de toute façon gagnante. Pour une calculatrice donnée, l'arithmétique des grands nombres reste l'art difficile de faire tenir le maximum dans le minimum.

Renaud de LA TAILLE ■

Dessin G. Mathieu