

LA CALCULETTE DE L'ASTRONOME

Comment lancer vos propres satellites artificiels

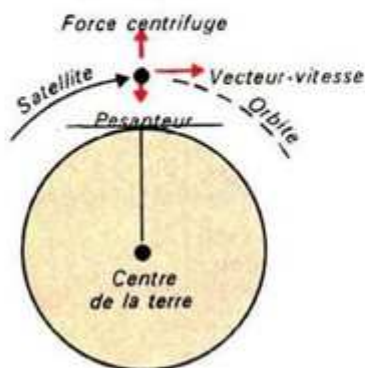


Fig. 1 : Un satellite tourne parce que l'attraction terrestre (centripète) équilibre la force centrifuge née de sa vitesse.

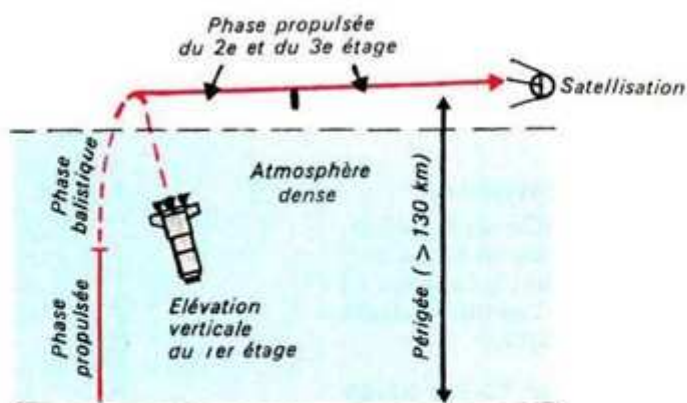


Fig. 2 : Schéma théorique d'une mise en orbite en 2 phases décomposées.

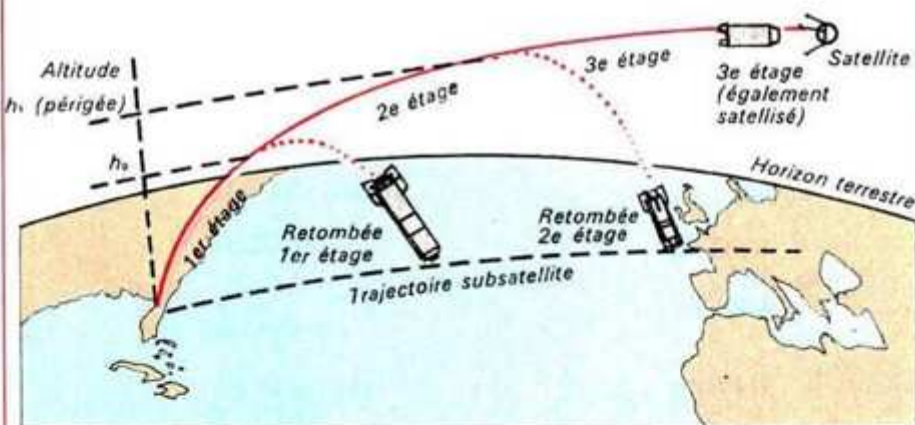


Fig. 3 : En pratique, les deux premiers étages participent tout à la fois à la phase ascensionnelle et à l'accroissement de vitesse pour la satellisation.

l'atmosphère et la nécessité énergétique de se propulser parallèlement à la portion de surface terrestre survolée. Le calcul s'en trouve un peu compliqué car le premier étage, dont le rôle est avant tout d'élever le satellite au-dessus de l'atmosphère (et de travailler ainsi comme une fusée-sonde classique), s'incline assez tôt et participe ainsi partiellement à la satellisation en fournissant un certain apport de vitesse. De même, le deuxième étage qui devrait fonctionner horizontalement suit encore une trajectoire légèrement ascensionnelle et contribue à hisser le satellite à l'altitude voulue. Le troisième étage, quant à lui, est généralement utilisé pour fournir le complément permettant d'atteindre la vitesse de satellisation et travaille parallèlement à la surface terrestre (fig. 3).

C'est là le cas, le plus général, d'une fusée à trois étages. Les lanceurs à quatre éléments sont surtout utilisés pour les mises en orbite géostationnaires, le quatrième propulseur (dit « moteur d'apogée ») ayant pour rôle de circulariser une orbite initialement très elliptique (périgée à 200 km, apogée à 36 000 km environ). Il existe aussi quelques fusées à deux étages, mais leur rendement est moins bon.

La vitesse totale fournie par l'ensemble des étages du lanceur correspond à la vitesse « caractéristique » : énergie à fournir pour hisser le satellite à l'altitude voulue + énergie de la satellisation proprement dite. Le programme proposé permet de déterminer l'altitude de l'apogée (point le plus élevé de l'orbite), le périgée étant fixé par l'opérateur. Les paramètres à introduire, outre l'altitude de ce périgée, sont le nombre d'étages, leur rapport de masse, le poids de la charge utile (satellite proprement dit), la vitesse d'éjection des propergols choisis, la latitude de la base de lancement et l'angle de tir.

Une fois le calcul effectué, deux cas peuvent se présenter :

1. L'apogée est égal ou supérieur au périgée ; la satellisation est donc réussie. Si l'altitude de cet apogée est supérieure à ce que vous souhaitez, vous pouvez la réduire en accroissant la charge

de surface terrestre survolée peut en effet être considérée comme plane (fig. 2).

Dans la réalité, cependant, les choses ne sont pas aussi bien délimitées, et la fusée suit durant sa phase propulsive ce que l'on

appelle un programme d'assiette, qui l'amène à s'incliner progressivement au fur et à mesure de son ascension. Ce programme d'assiette est un compromis entre la nécessité de s'élever le plus rapidement possible au-dessus de

utile. Si périégée = apogée, on a évidemment une orbite circulaire.
 2. L'apogée est situé plus bas que le périégée : la satellisation, alors, n'est pas possible. Toutefois, l'altitude reste supérieure au « plancher » critique de 130 km : le satellite accomplira quelques orbites, mais cette satellisation ne répondra pas aux conditions optimales. Si l'apogée est situé au-dessous de 130 km, il faut réduire la masse du satellite ou améliorer les performances du lanceur (allègement du poids à vide des étages ou utilisation de propergols plus énergétiques).

NOTE. Vitesses d'éjection des propergols les plus utilisés :

UDMH + Oxygène liquide : 3 041 m/s

UDMH + Tétr oxyde d'azote : 2 802 m/s

Kérosène + Oxygène liquide : 2 948 m/s

Hydrogène + Oxygène liquide : 3 836 m/s

(UDMH : Diméthyl-hydrazine dissymétrique)

Pour les propergols solides : perchlorate d'ammonium + polybutadiène : 2 450 m/s

Formulation de base pour les calculs

Le début est analogue aux formules du mois dernier.

1° Rapports de masse des différents étages :

$$R1 = \frac{Mt1 + Mt2 + Mt3 + Mcu}{Mv1 + Mt2 + Mt3 + Mcu}$$

$$R2 = \frac{Mt2 + Mt3 + Mcu}{Mv2 + Mt3 + Muc}$$

$$R3 = \frac{Mt3 + Mcu}{Mv3 + Mcu}$$

2° Calcul de la vitesse atteinte par chaque étage :

$$V1 = Ve1 \log R1;$$

$$V2 = Ve2 \log R2;$$

$$V3 = Ve3 \log R3.$$

3° Calcul de la vitesse ajoutée :

$$Va = 465 \cos \varphi \cos \gamma.$$

4° Calcul de la vitesse finale de la fusée :

$$Vf = V1 + V2 + V3 + Va.$$

5° Vitesse caractéristique à atteindre : $Vc = Ve + Vs$,

$$\text{où } Vs = \sqrt{\frac{GM}{R + h1}},$$

$$Ve = \sqrt{2gR \left(1 - \frac{R}{R + h1}\right)},$$

$GM = 3.986.10^{14}$, constante géocentrique de gravitation,

$R = 6\,371$ km est le rayon de la Terre, $g = 9.81$ m/s² est l'accélération de la pesanteur, supposée constante.

— Si $Vf < Vc$, le lancement est impossible, et la calculatrice l'indiquera en affichant une condition d'erreur.

— Si $Vf \geq Vc$, le lancement sera possible, et la vitesse d'injection, ou composante horizontale de la vitesse, est $Vi = Vf - Ve$.

6° L'apogée est alors $h2$:

$$h2 = \frac{h1 + R}{2} - R \cdot 2 \left(\frac{Vs}{Vi}\right) - 1$$

En posant $a = \frac{h1 + h2}{2} + R$, la période de révolution est alors égale à :

$$T = 2 \frac{a^{3/2}}{\sqrt{GM}}$$

Remarques importantes :

Pour les deux modèles de machines: $h1$ doit être introduit en km; φ et γ en degrés décimaux; les masses en kg. Par ailleurs, le nombre d'étages peut être quelconque.

Programme pour TI-58, TI-59

000 LBL A

$x \rightleftarrows t$

CLR

STO 05

$x \rightleftarrows t$

STO 01

R/S

010 LBL B

Deg

cos

\times

$x \rightleftarrows t$

cos

=

STO 02

020 R/S

LBL C

\times

3

INV log

=

STO 00

030 R/S

LBL D

STO 04

R/S

+
RCL 01

=

040 $x \rightleftarrows t$

CLR

R/S

SUM 01

RCL 01

\div

$x \rightleftarrows t$

=

050 ln x

\times

RCL 04

=

SUM 05

R/S

LBL E

060 6

3

7

1

EE

3

STO 06

+
(

070 CE

+
RCL 00

)

STO 07

+/-

+
1

080 =

\times

1

2

5

EE

6

=
 \sqrt{x}

STO 04

091 +

(

3

9

8

6

EE

1

1

100 STO 08

+
RCL 07

)

\sqrt{x}

STO 09

=

110 $x \rightleftarrows t$

RCL 05

+
4

6

5

\times

RCL 02

120 =

$x > t$

127

CLR

LA CALCULETTE DE L'ASTRONOME

```

1/x
R/S
—
RCL 04
130 =
1/x
×
RCL 09
=
x²
×
2
—
140 1
=
1/x
×
RCL 07
—
RCL 06
=
150 STO 04
+
3
INV EE
INV log
=
R/S
160 RCL 00
+
RCL 04
=
+
2
+
RCL 06
171 =
×
√x
+
RCL 08
√x
×
π
180 ÷
3
0
=
FIX 2
INV D.MS
188 R/S

```

Mode d'emploi

- 1° Introduire la charge utile en A.
- 2° Écrire φ , faire $x \rightleftarrows t$, puis écrire γ et appuyer sur B.
- 3° Mettre h1 en C.
- 4° Pour chaque étage, et *en commençant par le dernier* : écrire la vitesse d'éjection, faire D, écrire la masse à vide, puis la masse totale, les deux étant suivies par un R/S. Revenir au 4° pour l'étage précédent.
- 5° Les données sur le premier étage étant introduites, faire E : l'apogée apparaît, en km, suivi de la période T de révolution sous la

forme MM.SS (minutes et secondes). Si l'affichage clignote, c'est que le lancement est impossible (voir texte).
h1 et $\cos \varphi \cos \gamma$ ne sont pas effacés des mémoires en cours de programme.

Programme pour HP-34 C

```

001 LBL A
CL.Σ
STO 0
R↓
DEG
cos
x ↔ y
cos
×
010 STO 6
x ↔ y
EEX
3
×
STO 7
R/S
LBL B
RCL 0
+
020 x ↔ y
RCL 0
+
STO 0
x ↔ y
+
LN
×
STO + 1
R/S
030 RCL 1
RCL 6
4
6
5
×
+
3
9
8
040 6
EEX
1
1
STO 2
6
3
7
1
EEX
050 3
STO 3
RCL 7
+
STO 5
+
√x
STO 4
RCL 3
RCL 5

```

```

060 +
CHS
1
+
1
2
5
EEX
6
×
070 √x
+
x < y
GTO 1
CLR
1/x
LBL 1
R↓
LST x
—
080 RCL 4
x ↔ y
+
x²
2
×
1
—
1/x
RCL 5
090 ×
RCL 3
—
STO 6
EEX
3
+
R/S
RCL 7
RCL 6
100 +
2
+
RCL 3
+
↑
x²
×
RCL 2
+
110 √x
π
×
3
0
+
FIX 2
→ H.MS
118 RTN

```

Mode d'emploi

- 1° Écrire, en les séparant par des ENTER ↑, et dans l'ordre, le péri-gée h1, φ , γ et la charge utile Mcu. Faire A.
- 2° Pour chaque étage (en commençant par le dernier) : introduire

successivement, en les séparant par des ENTER ↑ et dans l'ordre : la vitesse d'éjection, la masse totale et la masse à vide. Appuyer sur B, puis revenir au 2° pour introduire les données sur l'étage précédent. 3° Après en avoir terminé avec le premier étage, faire R/S; l'apogée h2 apparaîtra, en km, suivi de la période T de révolution, sous la forme MM.SS (minutes et secondes). Si ERROR 0 apparaît, c'est que le lancement est impossible (voir texte). Pour un nouveau calcul, il faut tout réintroduire.

Exemple

Caractéristiques de l'orbite atteinte par une fusée lancée de la base de Kourou, en Guyanne (5° de latitude), par un azimut de 60°, afin que le satellite survole la France. Périgée visé : 200 km.

Le premier étage pèse 200 tonnes au total (20 tonnes « sec »), le deuxième respectivement 40 t et 4 t, le troisième 12 t et 2 t. Masse du satellite : 5 tonnes. Propergols utilisés : UDMH + tétr oxyde d'azote pour les deux premiers étages, hydrogène et oxygène liquides pour le dernier. Vitesses d'éjection respectives : 2 800 et 3 840 m/s.

Sur TI-58 et TI-59

Exécuter :

- 5 000, A;
- 5, x ↗ t, 60, B;
- 200, C;
- 3 840, D, 2 000, R/S, 12 000, R/S;
- 2 800, D, 4 000, R/S, 40 000, R/S;
- 2 800, D, 20 000, R/S, 200 000, R/S;
- E : l'apogée apparaît, égal à 443 km. Faire R/S, la période est égale à 90 minutes 49 secondes.

Sur HP-34 C

Exécuter :

- 200 ↑, 5 ●, 60 ↑, 5 000 A;
- 3 840 ↑, 12 000 ↑, 2 000 B;
- 2 800 ↑, 40 000 ↑, 4 000 B;
- 2 800 ↑, 200 000 ↑, 20 000 B;
- Faire R/S :

L'apogée apparaît, égal à 443 km. Faire R/S, la période apparaît, égale à 90 minutes 49 secondes.

Remarque concernant l'exemple

On notera que les caractéristiques obtenues pour cette orbite sont proches des possibilités offertes par la fusée « Ariane ».

Pierre KOHLER
Programmation Daniel FERRO □