Pour situer les comètes sur leurs orbites

Les comètes ont été, de tout temps, l'objet d'une grande attention, en raison de leur aspect spectaculaire et des influences — fastes ou néfastes — qu'on leur attribuait. La plus célèbre d'entre elles est sans conteste celle de Halley, qui repasse au large de la Terre tous les 76 ans en moyenne, avec des écarts qui peuvent atteindre trois ans par suite des perturbations apportées à son orbite du fait de la présence des grosses planètes. Le prochain retour de cette comète est prévu pour le 9 février 1986, cette date correspondant au passage par le périhélie, c'est-à-dire le point le plus rapproché du Soleil.

La comète sera au plus près de la Terre deux mois plus tard, le 8 mai, à 9,9 millions de kilomètres, soit environ 25 fois la distance Terre-Lune. Son observation sera toutefois possible dans un télescope dès l'automne 1984. Les astronomes estiment cependant qu'au printemps 1986 son aspect dans le ciel sera moins spectaculaire que lors du dernier passage, au printemps 1910, même si elle doit être facilement visible à l'œil nu. Cet événement astronomique maintenant relativement proche nous amène à établir un programme de calcul assez simple pour localiser dans le système solaire non seulement la comète de Halley mais n'importe quelle comète pourvu qu'elle soit périodique ; il suffit de connaître deux caractéristiques essentielles de son orbite : le demi-grand axe (a) et l'excentricité de l'ellipse (e). Le tableau page ci-contre fournit ces valeurs pour quelques comètes connues. Pour l'exécution du programme il convient d'entrer également la distance héliocentrique pour laquelle vous voulez situer la comète.

La distance héliocentrique, ou rayon vecteur Soleil-comète, doit être exprimée en unités astronomiques (1 UA = 149 597 970 km). En définitive, ce programme fournit un résultat unique : le temps écoulé entre le passage au périhélie et la position choisie pour la comète en un point quelconque de son orbite. Une application intéressante consiste par exemple à déterminer la date à laquelle une comète donnée recoupera l'orbite d'une planète. Le résultat du calcul peut évidemment être soit ajouté à la date du dernier passage périhélique, soit retranchée du prochain ; c'est pourquoi nous faisons également apparaître la période de révolution de la comète.

Le calcul proposé repose sur la célèbre loi des aires énoncée par l'astronome Kepler. Suivant cette loi, le temps mis par un astre à parcourir une certaine portion de son orbite est proportionnelle à la surface de l'ellipse balayée par le rayon vecteur (en l'occurrence la droite Soleil-comète) dans la période considérée. Ainsi comprend-t-on facilement pourquoi un corps placé sur une orbite très elliptique (satellite artificiel ou comète) est plus rapide au voisinage du périgée (ou périhélie) qu'au voisinage de l'apogée (ou aphélie).

Formules de calcul

Le rayon vecteur se calcule par la formule $r = \dfrac{a(1-e^2)}{1 + e\cos\theta}$, en désignant par θ l'angle que fait le rayon vecteur de longueur r avec le rayon vecteur origine (au périhélie), par a la longueur du demi-grand axe de l'ellipse et par e l'excentricité de cette ellipse (comprise entre 0 et 1, suivant que l'orbite de la comète est plus circulaire ou plus aplatie). Par conséquent, $\cos\theta_1 = \dfrac{a(1-e^2)}{e r_1} - 1/e$, si r_1 désigne la longueur du rayon vecteur final.

La loi des aires s'écrit : $r^2 \dfrac{d\theta}{dt} =$ constante $= \dfrac{2\pi}{T} a^2\sqrt{1-e^2}$, T étant la période de révolution de la comète, égale à 365.256 $a^{3/2}$ (en jours) ; par conséquent,

$$dt = \frac{T r^2}{2\pi a^2\sqrt{1-e^2}} d\theta = \frac{T}{2\pi}(1-e^2)^{3/2} \frac{d\theta}{(1 + e\cos\theta)^2}.$$

En intégrant cette deuxième expression entre 0 et θ_1, en posant $\cos\theta_1 = \dfrac{a(1-e^2)}{r_1 e} - 1/e$,

$$u = 2 \ \mathrm{Arctg}\left(\sqrt{\frac{1-e}{1+e}}\tan\frac{\theta_1}{2}\right)$$ et

$K = \dfrac{365.256\, a^{3/2}}{2\pi}$, le temps écoulé sera égal à $\Delta T = K(u - e \sin u)$.

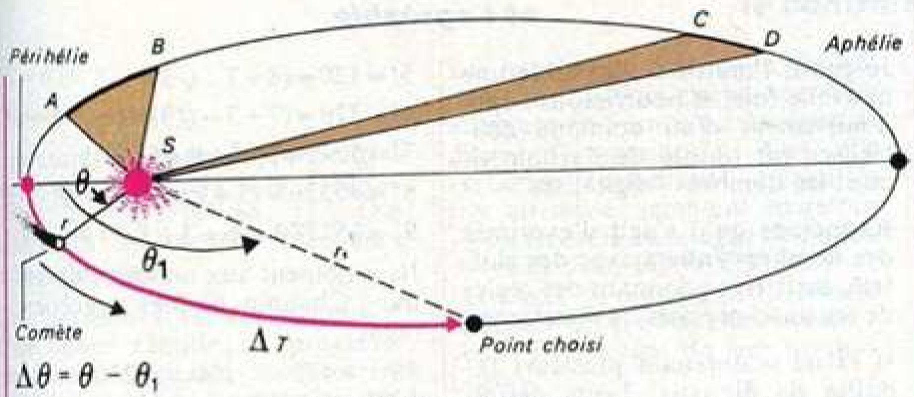
L'utilisateur devra introduire les caractéristiques a et e de l'orbite, ainsi que le rayon vecteur final r_1. La machine donnera le temps mis par la comète pour parcourir l'orbite entre le point défini par r_1 et le périhélie. Le rayon vecteur r variant entre $a(1-e)$ et $a(1+e)$, introduire une valeur r_1 en dehors de ces limites fera apparaître une condition d'erreur par la calculatrice (clignotement sur Texas, ERROR sur HP). On peut remarquer que la période est également fournie par la machine en introduisant $r_1 = \dfrac{a(1+e)}{1{,}0000001}$ et en multipliant par deux le résultat ΔT obtenu, correspondant à la durée du parcours de la moitié de l'orbite. Le facteur 1,0000001 sert à fabriquer une valeur légèrement inférieure à $a(1+e)$.

Remarques

- r et a devront être introduits en unités astronomiques. La machine calculera alors ΔT en jours.
- Ces deux programmes pourront être considérés comme modèles de brièveté ; en particulier, ils exploitent pleinement les fonctions statistiques en enregistrant a, e, en calculant e^2 (et, sur Texas, $1 + e$) d'un seul coup.

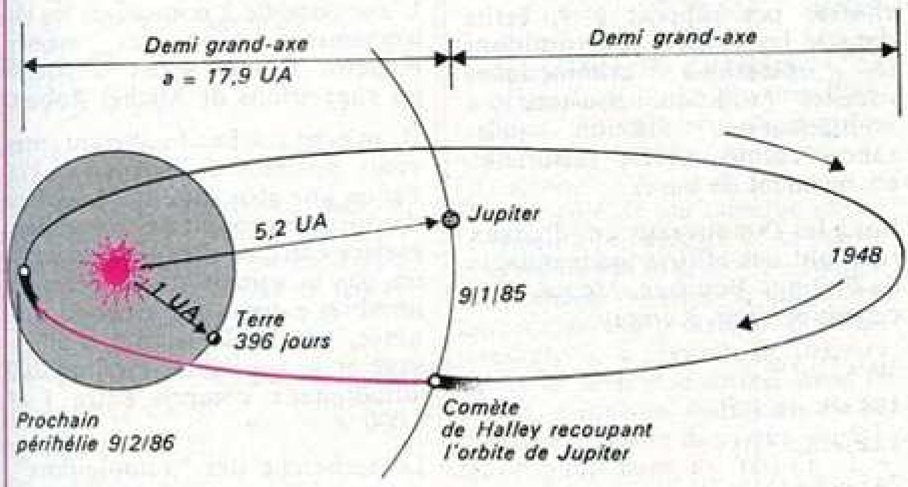
Programme pour TI-58, 59

```
LBL A
CMs
Σ+
INVSBR
LBL B
Rad
1/x
×
x̄
A
RCL 01
×
(
1
—
RCL 05
)
—
1
=
÷
RCL 04
=
INV cos
÷
```



Le programme se poursuit jusqu'à ce que $r = r_1$

***Conséquence de la loi des aires :** l'aire SAB est équivalente à l'aire SCD mais le segment d'orbite parcouru est plus long près du périhélie (AB) qu'au voisinage de l'aphélie (CD).*



N.B. La comète de Halley suit une orbite rétrograde.

ÉLÉMENTS ORBITAUX DE QUELQUES COMÈTES

Nom	a (UA)	e	Période de révolution (ans)	Dernier passage au périhélie
Encke	2,2188	0,84647	3,30	17/8/1977
Tempel 2	3,0285	0,54783	5,27	20/2/1978
D'Arrest	3,3850	0,50868	6,23	12/8/1976
Giacobini-Zinner	3,4890	0,53677	6,52	7/2/1979
Arend-Rigaux	3,6028	0,59910	6,84	6/4/1971
Tuttle	6,0758	0,82191	13,77	31/3/1967
Olbers	16,8993	0,93026	69,47	19/6/1956

```
    2
    =
    tan
    ×
    (
    1
    —
    RCL 04
040 )
    √x
    ÷
    x⇄t
    √x
    =
    INV tan
    ×
    2
050 —
    sin
    ×
    RCL 04
    =
    ×
    RCL 01
    √x
060 yˣ
    3
    ×
    5
    8
    .
    1
    3
    2
    =
070 FIX 1
072 R/S
```

Mode d'emploi

— Introduire e, appuyer sur x⇄t, écrire a (en U.A.) et faire A. Ces données resteront en permanence dans la machine.

— Introduire r_1 en B. Résultat : Δ T (en jours). Pour une autre valeur de r_1, l'entrer directement en B.

Programme pour HP-33 E

```
01 CL. REG.
   FIX 1
   RAD
   Σ +
   ENTER
   RCL 4
   —
   ×
   x⇄y
10 ÷
   1
   —
   RCL 3
   ÷
   cos⁻¹
   2
   ÷
   tan
   1
20 RCL 3
   —
   1
   RCL 3
   +
   ÷
   √x
   ×
   tan⁻¹
   2
30 ×
   ENTER
   sin
   RCL 3
   ×
   —
```

```
    RCL 5
    √x
    LAST x
    5
30  8
    .
    1
    3
    2
    ×
    ×
    ×
48  GTO 00
```

Mode d'emploi

Introduire, dans l'ordre et en les séparant par des ENTER : r_1, a (tous deux en U.A.), puis e. Après celui-ci, faire GSB 01 (ou GTO 01, R/S) : apparaît Δ T en jours.

a et e restent dans la machine. Pour une autre valeur de r_1, l'écrire, appuyer sur RCL $\sum$ +, et sur R/S. La valeur correspondante de Δ T apparaît.

Exemples

1. Quand la comète de Halley recoupera-t-elle l'orbite de Jupiter ? Les données à entrer sont :
a = 17.9359 U.A.
e = 0.967267
r_1 = 5.2028 UA (distance moyenne de Jupiter au Soleil).

Sur Texas :
Faire : 0.967267 x = t, 17.9359 A ; 5.2028 B : Δ T = 396.1 jours

Sur HP :
Faire : 5.2028 ENTER, 17.9359 ENTER, 0.967267 GSB 01 : Δ T = 396.1 jours.

Conclusion sur cet exemple : le prochain périhélie devant être atteint le 9.2.86, l'orbite de Jupiter sera franchie le 9.1.85.

2. Quand la comète de Halley passera-t-elle par son aphélie ?

Cette fois, $r_1 = \frac{a(1 + e)}{1.0000001}$.

Sur Texas :
Faire : $\overline{x}$, × (x = t + 1) ÷ 1.0000001 = B. Résultat : 13866.8 jours, soit 38 ans, la moitié de la période. ($\overline{x}$ ramène e en t et a dans l'écran).

Sur HP :
Faire : RCL $\sum$ +, 1 + ×, 1.0000001 ÷, RCL $\sum$ + R/S. Résultat : 13866.8 jours, soit 38 ans, la moitié de la période. (RCl $\sum$ + ramène a en y et e en x).

Pierre KOHLER
Programmation Daniel FERRO □