

POUR CALCULER LA DURÉE DU CRÉPUSCULE

► Le crépuscule, c'est l'assombrissement progressif du ciel après le coucher du Soleil ; le phénomène inverse, avant son lever, est l'aube, mais d'un point de vue astronomique il est d'usage de parler de crépuscule dans les deux cas. L'intensité de l'obscurcissement du ciel est évidemment d'autant plus grande que le Soleil se trouve bas sous l'horizon. Bien que le phénomène soit graduel, l'on distingue trois sortes de crépuscules, correspondant chacun à un multiple de 6° pour l'abaissement de l'astre (voir figures ci-contre).

Le premier est le crépuscule "civil", qui commence lorsque le Soleil est à 6° sous l'horizon de l'observateur. A partir de ce moment-là, il faut faire appel à un éclairage artificiel : c'est l'instant où les lampadaires d'éclairage public s'allument et où les automobilistes allument leurs phares.

Le crépuscule "nautique", lui succède, pour un Soleil situé entre 12 et 18° sous l'horizon. Apparaissent alors dans le ciel des étoiles de magnitude 1 et 2, celles qui peuvent être utilisées par les navigateurs pour faire le point en nocturne.

Vient enfin le crépuscule "astronomique", pour une dépression solaire de 18°. A ce moment-là le ciel est suffisamment noir pour rendre visibles les étoiles de magnitude 6, les plus faibles qu'il soit possible d'apercevoir à l'œil nu.

Mais, dans certains cas (pour certaines époques de l'année et pour certaines latitudes), l'un ou l'autre de ces différents crépuscules ne peuvent avoir lieu. Cela se produit lorsque la déclinaison du soleil est supérieure à ϕ (latitude) + h (angle crépusculaire choisi) retranchés de 90°. Par exemple, à Londres (51°), le crépuscule astronomique n'existe pas pour une déclinaison solaire de 21° car $21 = 90 - 51 - 18$. Cette circonstance se produit du 25 mai au 18 juillet. Bien évidemment, on calcule aussi qu'au-delà de 66,5° de latitude (la déclinaison solaire maximale étant de 23,5°), l'abaissement du Soleil sous l'horizon est nul : c'est alors le Soleil de minuit et le jour polaire permanent.

Le programme proposé permet de calculer d'une part la durée de l'un ou l'autre des crépuscules, au choix, pour votre latitude et pour

n'importe quelle époque de l'année. D'autre part, il est possible de connaître la durée de la période, toujours centrée sur le solstice d'été (21 juin) durant laquelle, le cas échéant, ces crépuscules n'existent pas.

Données à introduire :

- date considérée (pour le premier calcul) sous forme de nombre de jours (N) écoulés depuis le "0" janvier ;

- latitude de l'observateur ;

- dépression du Soleil suivant le type de crépuscule considéré, soit -6, -12 ou -18°.

Formulation

1. Calcul de la déclinaison du Soleil pour le jour considéré.

$$\delta = \text{arc sin} (\sin L \cdot \sin i)$$

L = longitude éclipique du Soleil

i = inclinaison de l'axe de rotation terrestre : 23.441°

$$\text{soit : } \delta = \text{arc sin} (0.3978 \sin L)$$

$$\text{avec : } L = 282.59 + M + 2e \sin M$$

e = excentricité de l'orbite terrestre (e = 0.01672)

M = anomalie moyenne (M = 0.9856 N)

soit :

$$L = 282.59 + (.9856 N) + 0.03348 \sin (.9856 N)$$

2. Calcul de l'angle horaire parcouru entre l'horizon et le méridien.

$$AH = \text{arc cos} (-\text{tg } \phi \text{ tg } \delta)$$

3. Calcul de la durée du crépuscule.

Cette durée s'exprime d'abord par un angle de temps (AT)

$$AT = \text{arc cos}$$

$$\left[\frac{\sin(Hc - 0.85) - \sin \phi \sin \delta}{\cos \phi \cos \delta} \right] - AH$$

Hc = hauteur crépusculaire choisie (-6° pour le crépuscule civil par exemple). Les 0.85° qui lui sont ajoutés permettent de tenir compte de la réfraction atmosphérique à l'horizon et du demi-diamètre apparent du Soleil.

On fait ensuite $D = 4(AT)$, cette durée étant exprimée en minutes.

4. Nuits blanches et jours polaires.

Lorsque l'on a pour valeur minimale de la déclinaison $\delta = 90 - \phi - (Hc + 0.85)$, le crépuscule retenu (Hc) n'est pas obtenu. On a alors une "nuit blanche". Pour $Hc = 0$, on calcule ainsi la déclinaison qui entraîne le jour polaire. La formule ci-dessous permet de calculer la date à partir de laquelle ces phénomènes se produisent, cette date étant exprimée par le nombre de jours écoulés à partir du 1^{er} janvier. Comme le solstice d'été équivaut à $N = 171$, il est du même coup possible de calculer la durée de la nuit blanche ou du jour polaire correspondant en faisant :

$$J = 2(171 - N)$$

avec :

$$N = 1.01461$$

$$\left[\text{arc sin} \left[\frac{\sin \delta}{0.3978} \right] - 282.59 \right]$$

et

$$\delta = 90 - \phi + (Hc - 0.85)$$

Hc est toujours négatif.

Le facteur 1.01461 est l'inverse du coefficient 0.9856 du § 1.

Applications

A. Calculer la durée du crépuscule civil à Tours le jour du printemps (N = 79, latitude 47.35°), puis déterminer l'époque durant laquelle il n'y a pas de crépuscule astronomique à Leningrad (latitude 60°).

$$1. M = 0.9856 \times 79 = 77.86$$

$$D'où L = 282.59 + 77.86 + (0.03348 \sin 77.86) = 360.483^\circ = 0.48^\circ$$

et par conséquent

$$\delta = \text{arc sin} (0.3978 \sin L) = 0.19^\circ$$

$$2. AH = \text{arc cos} (-\text{tg } 47.35 \text{ tg } 0.19) = 90.21^\circ$$

$$3. AT = \text{arc cos}$$

$$\left[\frac{\sin(-6.85) - \sin(47.35)\sin(0.19)}{\cos(47.35)\cos(0.19)} \right]$$

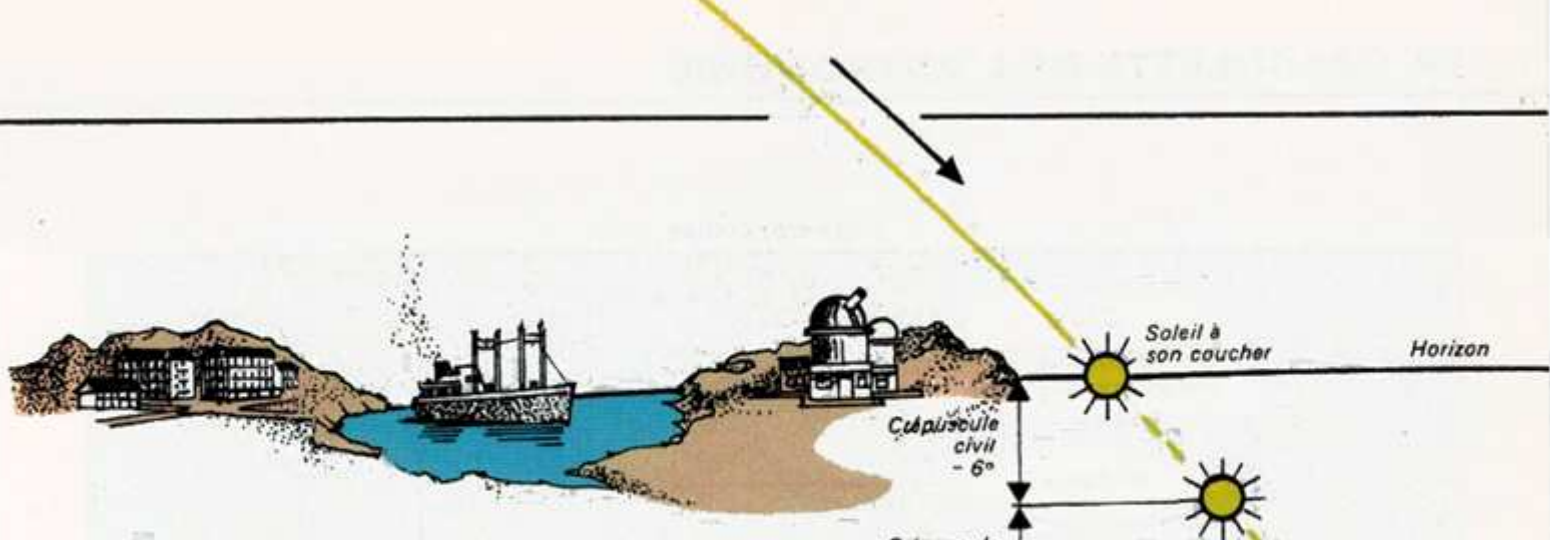
$$-90.21 = \text{arc cos} (0.1724)$$

$$-90.21 = 100.35 - 90.21 = 10.14$$

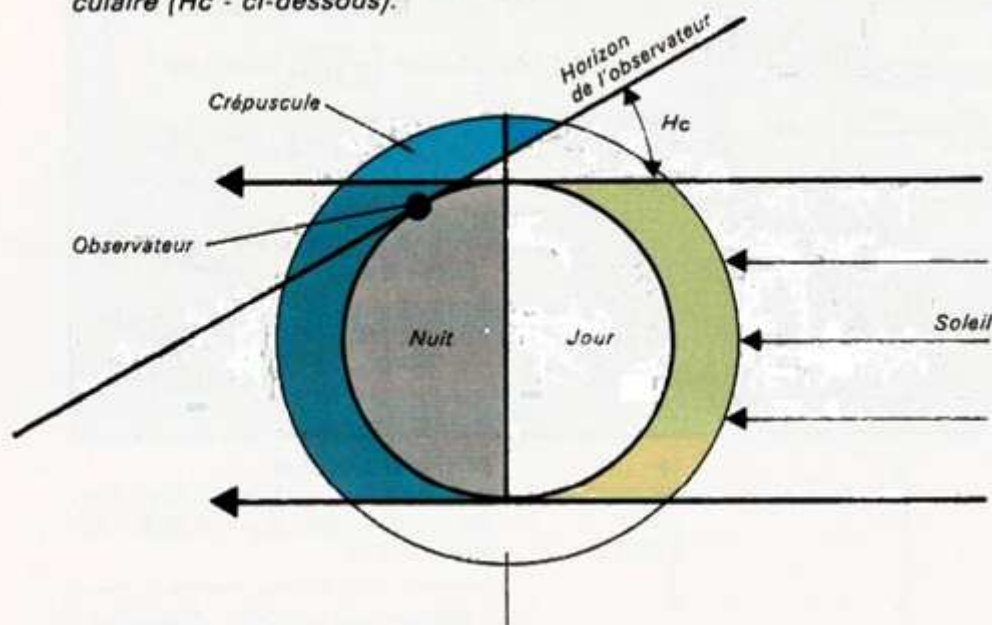
$$D = 4 \times 10.14$$

$$= 40.56, \text{ soit, arrondi, } 41 \text{ mn}$$

NB : connaissant l'heure de lever et de coucher du soleil on peut dé-



Sont représentés ci-dessus les trois crépuscules astronomiques, qui désignent les trois principales phases d'abaissement du soleil sur l'horizon. On notera qu'à chacun d'eux correspond un multiple de 6° pour l'abaissement de l'astre, appelé hauteur crépusculaire (H_c - ci-dessous).



B. Calcul de la durée du jour polaire pour la base de Kiruna en Laponie, d'où sont lancées des fusées-sondes ($= 67.8^\circ$).

$\varphi = 90 - 67.8 - 0.85 = 21.35$ (on a évidemment $H_c = 0$ puisque le Soleil doit se trouver au-dessus de l'horizon).

$$N = 1.01461$$

$$\left[\text{arc sin} \left[\frac{\sin 21.35}{0.3978} \right] - 282.59 \right] \\ = 1.01641 \times 143.64 \\ = 145.74 \text{ à arrondir à } 146$$

$J = 2 (171 - 146) = 50$ jours, répartis de part et d'autre du solstice d'été.

terminer facilement le début et la fin de ce crépuscule, en ajoutant ou retranchant D.

4. Pour Leningrad on aura un crépuscule astronomique incomplet si :

$$\delta = 90 - 60 + (-18 - 0.85) \\ = 11.15^\circ$$

Cela se produit d'abord pour : $N = 1.01461$

$$\left[\text{arc sin} \frac{\sin 11.15}{0.3978} - 282.59 \right] \\ = 1.01461 (29.09 - 282.59) \\ = 108.06 \text{ jours}$$

Le 108^e jour de l'année correspond au 19 avril. Le phénomène, symétrique par rapport au solstice d'été, durera pendant : $171 - 108 = 53$ jours de part et d'autre, soit 106 jours au total. Pendant trois mois et demi de l'année la nuit n'est donc pas complète à Leningrad. Elle le redevient au $171 + 53 = 224^{\text{e}}$ jour, c'est-à-dire le 13 août.

Dans son roman *Les nuits blanches*, dont l'action se déroule à St-Petersbourg (aujourd'hui Leningrad), l'écrivain soviétique Dostoïevsky évoque ce phénomène. L'action se situe d'ailleurs au voisinage du solstice d'été.

Programme pour HP-34 C

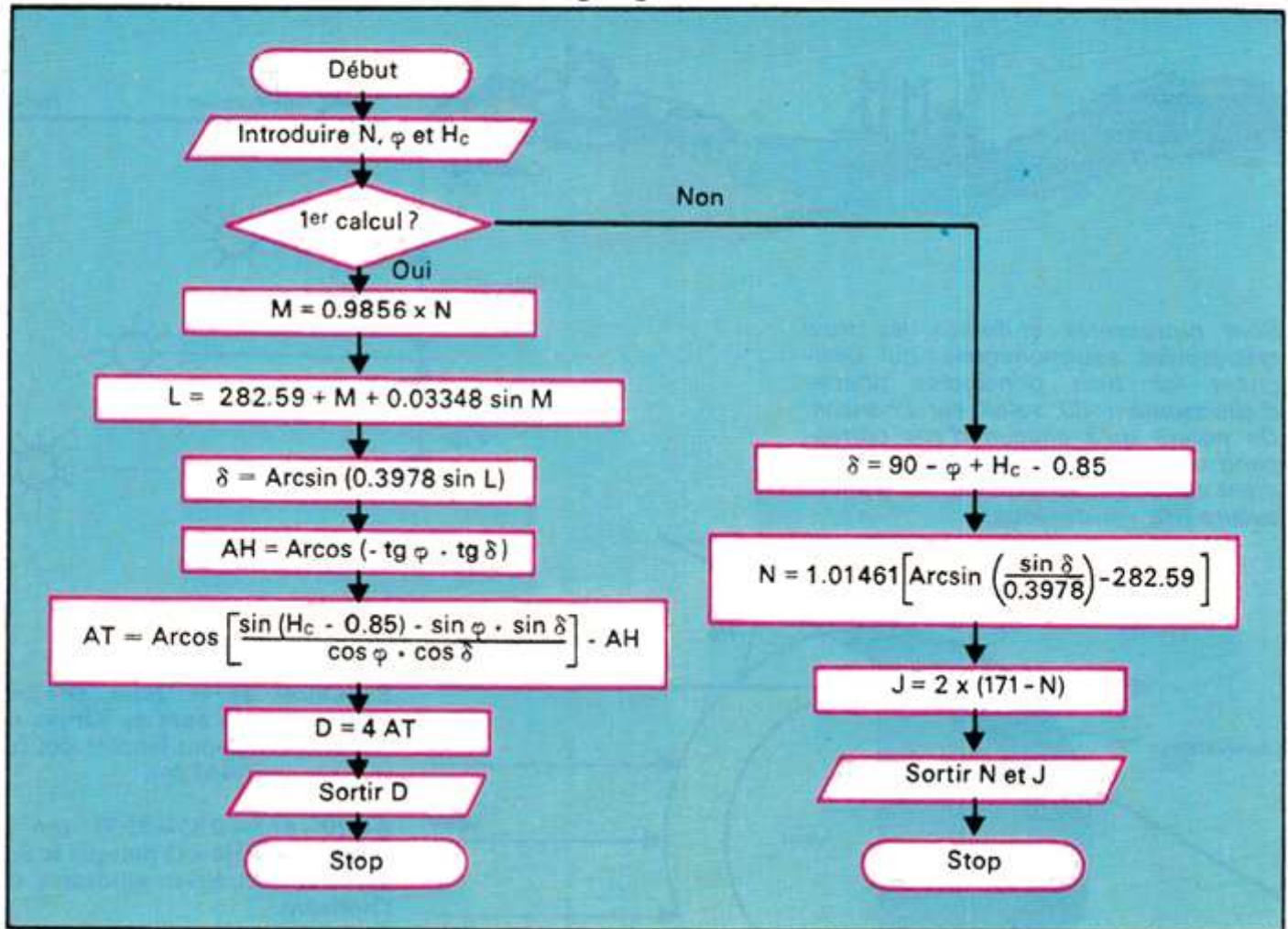
```

001 LBL A
  STO 1
  R↓
  STO 3
  R↓
  STO 0
  R/S
  ENTER
  .
  010 9
  8
  5
  6
  STO 6
  ×
  3
  .
  4
  7
  020 +
  ENTER
  ENTER
  3
  6
  0
  STO 7
  +
  INT
  RCL 7
  030 ×
  -
  R/S
  
```


LA CALCULETTE DE L'ASTRONOME

(suite)

Organigramme



```

R1
STO 5
3
-
RCL 6
x
DEG
040 ENTER
sin
1
.
9
1
6
7
x
+
050 2
8
2
.
6
3
+
RCL 7
x>y
GTO 1
060 -
x=y
LBL 1
    
```

```

x=y
STO 6
R/S
tan
.
9
1
070 7
5
x
tan-1
1
5
+
STO 4
R/S
RCL 6
080 sin
.
3
9
7
8
x
sin-1
STO 1
R/S
090 tan
RCL 3
tan
    
```

```

x
sin-1
7
5
100 2
1
+
STO 2
-H.MS
R/S
RCL 4
RCL 1
-
RCL 5
110 5
+
.
0
6
5
7
1
x
-
120 RCL 0
1
5
    
```

```

+
-
x>0
GTO 2
2
4
+
130 LBL 2
-H.MS
R/S
LST x
RCL 2
2
÷
-H.MS
LST x
140 RCL 2
+
-H.MS
R/S
RCL 1
sin
RCL 3
cos
÷
cos-1
150 STO-7
RCL 7
152 RTN
    
```

Mode d'emploi:

● Introduire φ, k et L dans l'ordre, séparés par des ENTER; appuyer sur A.

Mises au point. Quelques lecteurs nous ont écrit à propos de notre Calculette du mois de juillet (S & V n° 778), pensant que le coefficient donné pour "TL" (0.997 257) dans le paragraphe concernant l'instant cherché (1.B) était faux. Or celui-ci est juste, mais peut-être aurions nous dû préciser que si TL ou TC est supérieur à 24, il faut se ramener entre 0 et 24 par soustraction de 24 (ce problème se présente parfois pour des calculs d'angle où, au-delà de 360°, il faut retrancher 360° pour rester entre 0 et 360). Par ailleurs, dans la partie concernant les applications pratiques, pour la 3^e méthode, nous avons donné 0.0983 comme un des coefficients de H. Or, il fallait lire 0.00983.

● Écrire t, faire ENTER, taper N et relancer le calcul au moyen de R/S. Apparaîtra M, puis λs, puis α, δ, D et Tm. Après R/S, apparaîtra Tc et il faudra appuyer sur $x \Rightarrow y$ pour avoir Tl. Après R/S, apparaîtra l'azimut coucher et il faudra appuyer sur $x \Rightarrow$ pour obtenir l'azimut lever.

Programme pour TI-58 et TI-59

```

000 LBL A          0
    STO 00         0
    x⇒t           =
    STO 07         PGM 20
    R/S           A
    LBL B          PGM 20
010 STO 08         081 C
    x⇒t           =
    STO 09         -
    R/S           3
    LBL C          =
    RCL 00         x
020 PGM 20         090 +
    A              DEG
    RCL 04         sin
    -              x
    7              1
    2              .
    1              9
    3              1
030 5              6
    3              7
    =              100 +
    x              RCL 06
    .              x⇒t
    9              2
    8              8
    5              2
    6              .
    3              6
040 STO 11         3
    +              110 =
    3              INV x≥t
    .              CE
    4              -
    7              x⇒t
    =              =
    ÷              LBL CE
    3              STO 11
050 6              121 R/S
    0              tan
    STO 06         x
    =              .
    INV INT        9
    x              1
    RCL 06         7
060 =              5
    R/S           =
    RCL 00         130 INV tan
    PGM 20         ÷
    B              1
    RCL 00         5
    INV INT        =
071 +              STO 12
    1              1

```

```

R/S              x
RCL 11           RCL 10
141 sin          -
    x            RCL 08
    .            ÷
    3            1
    9            5
    7            200 =
    8            CP
    =            x ≥ t
    INV sin      CP
151 STO 13       +
    R/S          2
    tan          4
    x            =
    RCL 09       LBL CP
    tan          210 INV D.MS
    =            R/S
160 INV sin      D.MS
    ÷            -
    7            RCL 14
    .            ÷
    5            2
    +            +
    .            .
    5            220 x⇒t
    SUM 10       RCL 14
171 1            =
    2            INV D.MS
    =            x⇒t
    STO 14       INV D.MS
    INV D.MS     R/S
    R/S          230 RCL 13
    RCL 12       sin
181 -            ÷
    RCL 07       RCL 09
    -            cos
    .            =
    0            INV cos
    6            240 INV SUM 06
    5            x⇒t
    7            RCL 06
190 1            246 R/S

```

Mode d'emploi :

● Écrire k, faire $x \Rightarrow t$ et entrer la date en A, sous la forme habituelle MMJJ.AAAA.

● Entrer de même φ et L en B.

● Appuyer sur C. Apparaîtront successivement (faire R/S) M, λs, α, δ, D et Tm. Après R/S apparaîtra Tl et en faisant $x \Rightarrow t$, on obtiendra Tc. Après R/S on aura l'azimut coucher et après $x \Rightarrow t$, l'azimut lever.

● Les données introduites restant en mémoire, il suffit, pour refaire un calcul, d'introduire les variables concernant le lieu (φ et L en B) ou la date (en A).

Pierre KOHLER
 Programmation
 Daniel FERRO □