COMMENT DÉTERMINER À TOUT MOMENT LA DISTANCE DE LA LUNE AVEC PRÉCISION

▶ Autant il est facile de déterminer la position et la distance du Soleil, ainsi que ses instants de lever et coucher, autant il est difficile de le faire pour la Lune. Nos quelques "Calculettes" à venir vont donc s'intéresser à notre satellite naturel, soumis à un très grand nombre de perturbations orbitales qui compliquent — et en tout cas allongent — les calculs.

Pour commencer nous nous intéresserons à sa distance, en rappelant que les astronomes mesurent toujours les distances des astres de centre à centre. Pour obtenir la distance de surface à surface (utile dans le cas de mesures topographiques par exemple), il faudra retrancher la somme des deux rayons (Terre + Lune), soit 8 116 km lorsque la Lune passe par la ligne des nœuds : elle est alors dans le plan de l'équateur terrestre. Dans les autres cas, l'écart n'est pas considérable : l'ordre de grandeur reste le même. Il faut évidemment tenir compte de la latitude de l'observateur.

La formule de calcul de la distance est simple en elle-même, mais contient des paramètres dont le calcul nécessite un certain développement. Nous trouverons ainsi l'évection (due aux variations d'excentricité de l'orbite lunaire), l'équation au centre (qui relie l'anomalie vraie et l'anomalie moyenne de la Lune) et l'équation annuelle (liée à la position du Soleil).

Formulation

Il convient de calculer d'abord les paramètres concernant le Soleil : l'anomalie moyenne (Ms) et la longitude (Ls).
Ms = 0.98563 N − 3.4689°

Le premier coefficient correspond au déplacement angulaire du Soleil sur son orbite ; l'angle à soustraire équivaut à la différence de longitude entre la position du périhélie et le 1er janvier.

N est le nombre de jours écoulés depuis une date de référence, correspondant aux positions angulaires de la Lune et du Soleil indiquées par la suite ; cette date de référence est le "O" janvier 1975.

Pour les calculs concernant la distance de la Lune à une époque récente, notons que N = 2 923 pour le 1er janvier 1983.
Ls = Ms + 1.016 sin Ms
+ 282.510 4°

1. Calcul de la longitude moyenne de la Lune.
Lm = 13.17634 N + 124.8756°
(le premier coefficient correspond au nombre de degrés parcourus par la Lune sur son orbite au cours de sa révolution sidérale).

2. Calcul de l'anomalie moyenne de la Lune.
M = Lm − (0.11137 N)
− 145.9601°
(le coefficient qui précède N correspond à un cycle lunaire de 8,85 ans)

3. Calcul de l'évection.
Ev = 1.274 sin
2 (Lm-Ls) − M

4. Calcul de l'équation annuelle.
Ea = 0.186 sin Ms

5. Calcul de l'équation au centre.
Ec = 6.289 sin M

6. Calcul de l'anomalie lunaire (position sur l'orbite) corrigée des diverses perturbations.
Cette anomalie corrigée (Mc) vaut :
Mc = M + Ev + Ea
− 0.37 sin Ms

7. Distance Terre-Lune à la date considérée.

$$D = \frac{a\,(1-e^2)}{1 + e \cos (Mc + Ec)}$$

Avec

a : demi-grand axe de l'orbite lunaire

a = 384 400 km

e : excentricité de l'orbite lunaire
e = 0.0549

On notera que l'expression $a(1-e^2)$ est constante et vaut 383 241.

Il est inutile de vouloir déterminer cette distance avec une trop grande précision, compte tenu des nombreuses autres petites perturbations dont nous n'avons pas pu tenir compte. La distance Terre-Lune ainsi calculée est exacte à quelques dizaines de kilomètres près, ce qui n'est pas si mal, puisque cela correspond à une précision relative meilleure que 0,1 %.

Notons aussi qu'une distance voisine de 365 000 km indique que la Lune se trouve alors au voisinage de son périgée (plus courte distance à la Terre) ; une distance proche de 405 000 km, elle, correspond à l'apogée. Il faut remarquer cependant que d'un mois à l'autre apogée et périgée fluctuent de plusieurs milliers de km par rapport à leur valeur moyenne.

8. Détermination du diamètre apparent.
Dans le ciel, le diamètre apparent de la Lune pour la date du calcul est de :
d = Arc tg (3476/D)
ou
d = 0.5174 (a/D)

Dans les deux cas, "d" est exprimé en degrés (donc, multipliez par 60 pour l'obtenir en minutes d'angle). Sa valeur moyenne est de 31′.

Application

Quelle était la distance de la Lune le 6 avril 1983 (N = 3018) ?

M_s = 0.98563 N − 3 4689
= 2 971.1 624
= 360 × 8.25323
ou = 0.25323 × 360
= 91.1624

L_s = 91.1624 + 1.0156
+ 282.5104 = 374.6886
− 360
= 14.5884

1. L_m = 13.17634 N + 124.8756
= 39 891.07/360
= 110.80853
= .80853 × 360
= 291.07

2. M = 291.07
− (0.11137 N)
− 145.9601 = 291.07
− 336.1147
= − 191.0048 + 360
= 168.9952

3. E_v = 1.274 sin
2 (291.07 − 14.5884)
− 168.9952)
= 0.5135

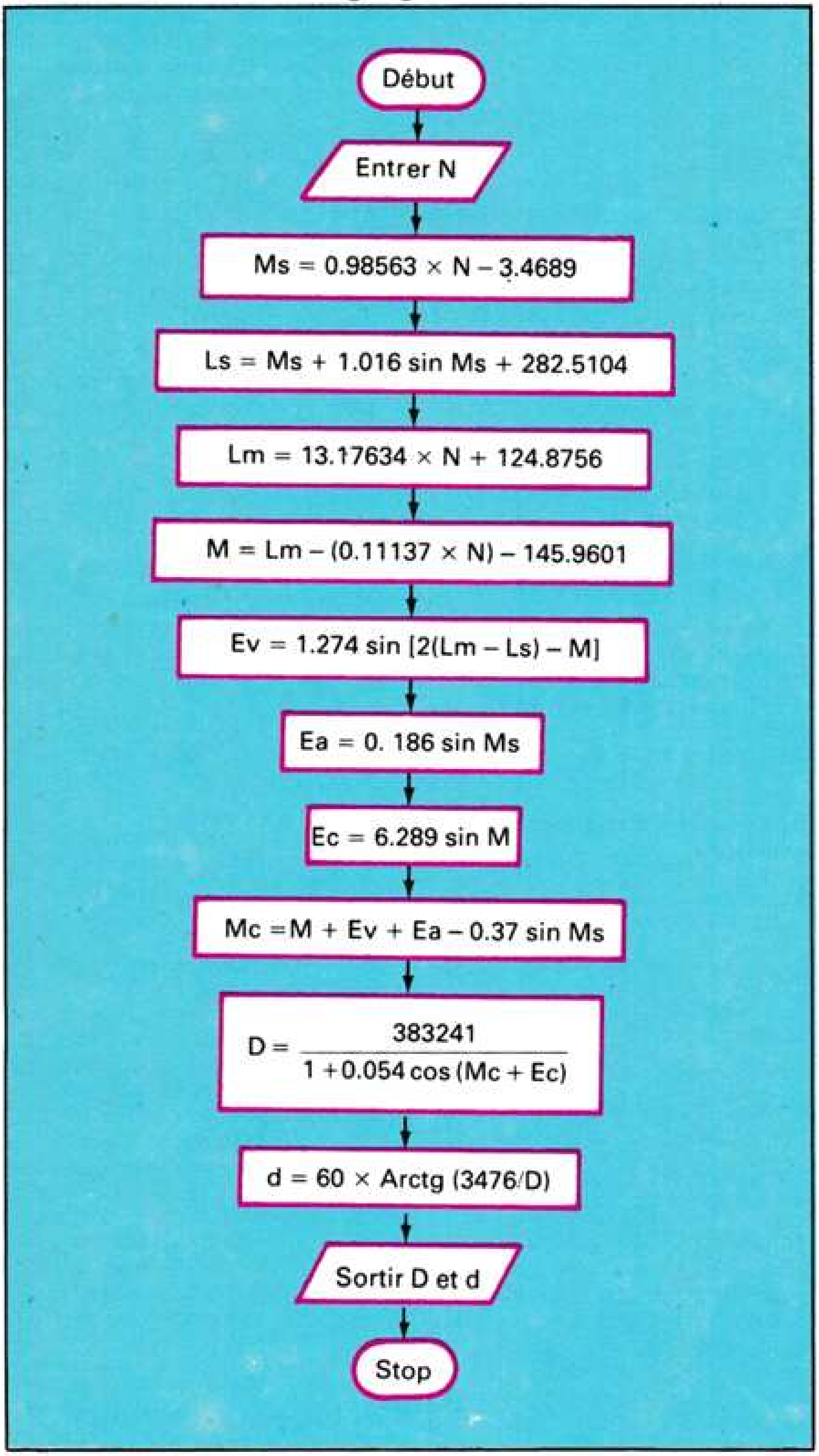
4. E_a = 0.186 sin (91.1624)
= 0.1860

5. E_c = 6. 289 sin (168.9952)
= 1.2005

6. M_c = 168. 9952 + 0.5135
.+ .1860 − 0.37 sin
(91.1624)
= 169.3248

(suite)

Organigramme



7. $D = \dfrac{383\,241}{1 + 0.0549 \cos (169.3248 + 1.2005)} = \dfrac{383\,241}{0.945855}$

Distance : 405 182 km. Une telle valeur est proche de l'apogée. Effectivement, la Lune est passée par son apogée le 6 avril 1983 à 18 h.

8. $d = \text{INV tg}\left(\dfrac{3\,476}{405\,182}\right)$

$= 0.4915$

soit un diamètre apparent de de : $d = 0.4915 \times 60 = 29.5'$.

SOLUTION DU NUMÉRO PRÉCÉDENT

Programme pour HP-34 C

```
LBL A      x²
CF 1       RCL 6
LBL 0      x²
STO 1      2
6          ×
3          +
7          √x
8          RCL 6
+          −
STO 5      ABS
1/x        LBL 2
3          RCL 2
9          ÷
8          e^x
6          1/x
1          RCL 3
EEX        1
7          +
×          1/x
√x         −
STO 6      RCL 4
CL x       ×
R/S        RTN
1/x        LBL B
F ? 1      SF 1
GTO 1      GTO 0
1          LBL 1
+          RCL 5
1/x        ×
2          1
×          +
√x         1/x
1          2
−          ×
2          √x
9          1
7          −
8          RCL 6
6          ×
×          GTO 2
```

Mode d'emploi

- Entrer manuellement V, R et M dans les mémoires 2, 3 et 4 respectivement (attention : R désigne ici le rapport de masse).
- Taper la valeur de h (en km) pour faire A ou B, selon qu'il s'agit d'une sonde spatiale interplanétaire (cas n° 1) ou d'un satellite terrestre (cas n° 2).
- Quand la machine s'arrête sur un zéro, écrire "d" en unités astronomiques (cas n° 1) ou D en km (cas n° 2), et faire R/S. La machine affichera alors la valeur CU.
- Les variables V, R et M restent toujours en mémoire.

Programme pour TI-58, 59

```
LBL A      STO 03
STO 01     x ⇄ t
R/S        STO 02
LBL B      R/S
```

```
    LBL C
    STO 04
    R/S
    LBL D
020 INV St flg 1
    LBL sin
    6
    3
    7
    8
    +
030 RCL 01
    =
    STO 05
    1/x
    ×
    3
    9
    8
040 6
    1
    EE
    7
    =
    √x
    STO 06
    CLR
    R/S
050 1/x
    if flg 1
    cos
    SBR √x
    2
    9
    7
    8
060 6
    =
    x²
    +
    2
    ×
    RCL 06
    x²
    =
070 √x
    -
    RCL 06
    =
    |x|
    LBL tan
    ÷
    RCL 02
081 =
    INV lnx
    1/x
    -
    (
    1
    +
    RCL 03
091 )
    1/x
    =
    ×
    RCL 04
    =
    R/S
    LBL E
101 St flg 1
    GTO sin
    LBL cos
    ×
    RCL 05
110 SBR √x
    RCL 06
    =
    GTO tan
    LBL √x
    +
120 1
    =
    1/x
    ×
    2
    =
    √x
    -
    1
    =
130 ×
131 INV SBR
```

Mode d'emploi

- Entrer la valeur de h (en km) en A.
- Écrire V, faire x ⇄ t, écrire R et faire B.
- Entrer M en C.
- Appuyer sur D ou sur E, selon qu'il s'agit d'une sonde spatiale ou d'un satellite terrestre. La machine affichera alors la valeur zéro.
- Écrire D (en unités astronomiques) ou D (en km), selon qu'il a été tapé D ou E : la machine affichera alors la charge utile (CU).
- Les valeurs de h, V, R et M restent en mémoire (attention : R désigne ici le rapport de masse et non le rayon de la Terre).

Pierre KOHLER
Programmation Daniel FERRO