

LA CALCULETTE DE L'ASTRONOME

L'EFFET DE FREINAGE ATMOSPHÉRIQUE SUR L'ORBITE D'UN SATELLITE

► Dans notre "calculatrice" du mois de décembre 1980 (voir *Science & Vie* n° 759, p. 140), nous avons présenté les formules permettant de calculer la durée de vie des satellites artificiels en orbite terrestre. Cette durée de vie physique est en effet limitée (jusqu'à 3 000 km d'altitude) par le freinage sur les hautes couches de l'atmosphère, qui conduit le satellite à retomber tôt ou tard.

Dans le cas de vaisseaux ou de stations spatiales, pour lesquels la durée de vie "naturelle" n'est jamais atteinte, du fait de leur récupération (dans le cas des navettes américaines) ou de leur destruction volontaire (pour les *Saliout* soviétiques), il est plus intéressant de connaître le rythme auquel le satellite perd de l'altitude sous l'effet de ce freinage atmosphérique. Le calcul n'a de sens, évidemment, qu'en l'absence de manœuvres orbitales.

L'application qui suit montre qu'une station *Saliout* inoccupée, livrée à elle-même, voit son périégée baisser de 400 mètres par jour environ vers 300 km d'altitude. D'où la nécessité de relever régulièrement l'orbite grâce à un moteur-fusée incorporé. La formule de calcul que nous présentons est valable pour des orbites circulaires (dans ce cas périégée et demi grand axe sont confondus) ou faiblement elliptiques.

Formulation

Il faut entrer les variables suivantes :

- altitude du périégée (en km) : h_1 ;
- altitude de l'apogée (en km) : h_2 ;
- rapport section/masse (S/M), en unités MKS, à calculer préalablement d'après les caractéristiques du satellite ;
- valeur de la hauteur d'échelle H (à déterminer d'après le tableau ci-dessous) ;
- valeur de la densité atmosphérique (à déterminer d'après le tableau ci-dessous).

Les valeurs de hauteur d'échelle et de densité varient assez fortement suivant l'activité solaire : c'est pourquoi nous indiquons sur notre tableau trois périodes correspondant respectivement à une activité faible (années 1975-76), moyenne (1977-78, puis 1982-84) et forte (1979-81).

1. Calcul du demi grand axe :

$$a = \frac{h_1 + h_2}{2} + R$$

R : rayon terrestre (R = 6 378 km)

2. Calcul de l'excentricité de l'orbite :

$$e = 1 - \frac{h_1 + R}{a}$$

3. Calcul du coefficient X :

X est le rapport du demi grand axe à la hauteur d'échelle, multiplié par l'excentricité de l'orbite. Cela donne :

$$X = e (a/H)$$

Précisons que la hauteur d'échelle, donnée dans le tableau ci-dessous, correspond à l'altitude à laquelle il faut s'élever pour que la densité atmosphérique soit réduite dans le rapport 2,718, égal à la base des logarithmes népériens.

4. Calcul du coefficient Y :

(notons que "a" est à convertir préalablement en mètres)

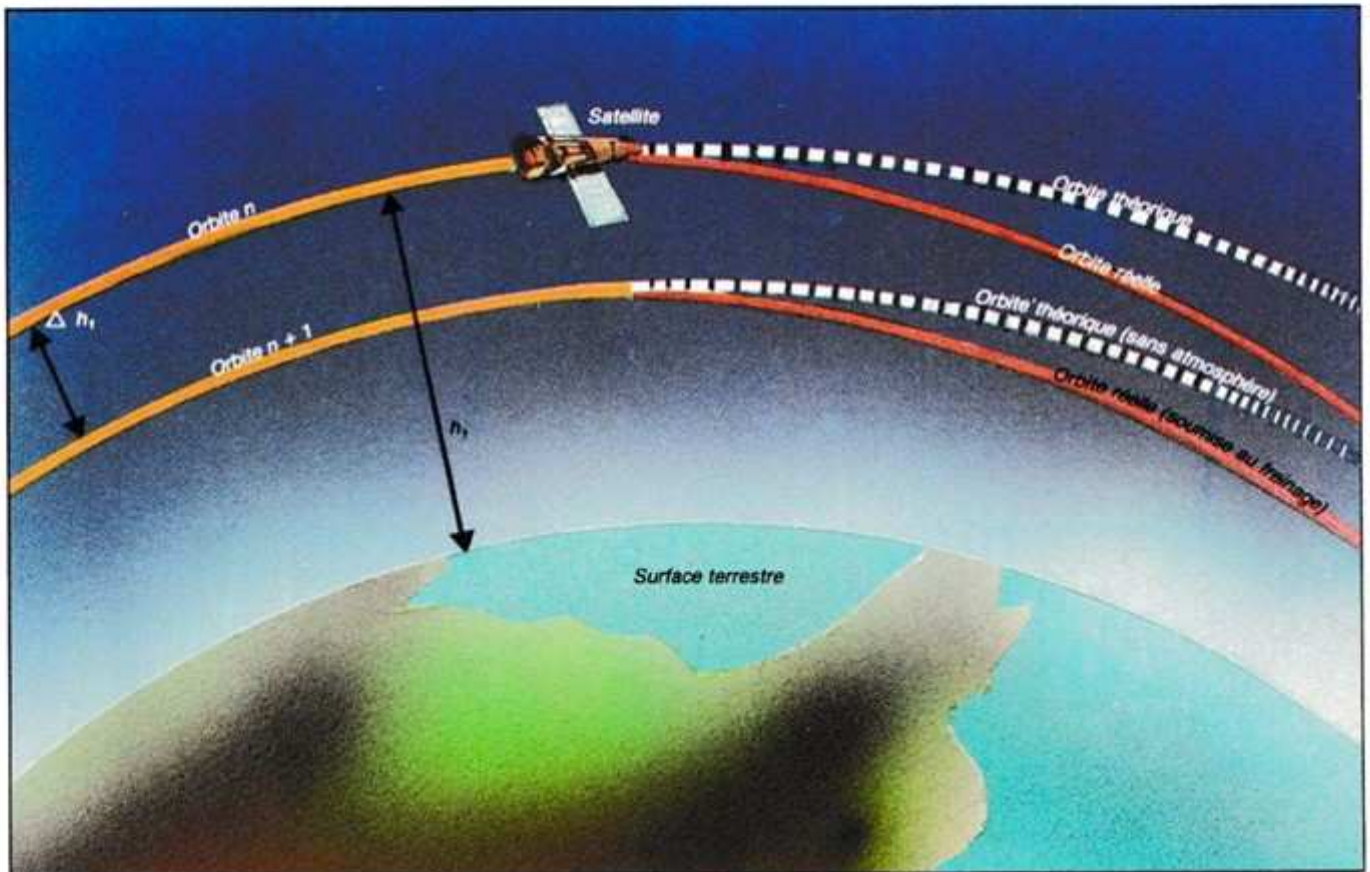
$$Y = 2 \cdot C_x \cdot S/M \cdot d \cdot a \cdot \sqrt{\frac{1}{X}}$$

C_x est un coefficient aérodynamique, qui vaut généralement 2,2 pour la plupart des satellites artificiels.

S/M est le rapport section/masse du satellite considéré (S/M = $1 \cdot 10^{-3}$ à $15 \cdot 10^{-3}$ pour les satellites scientifiques, $5 \cdot 10^{-4}$ à $35 \cdot 10^{-4}$ pour les vaisseaux et stations spatiales, et $3 \cdot 10^{-3}$ à $44 \cdot 10^{-3}$ pour les étages de fusées).

$S = \pi r^2$ pour une sphère, et $0,85 L \cdot D$ pour un cylindre (S est la section de choc et non la surface réelle du satellite).

Altitude (km)	SOLEIL CALME		SOLEIL MOYEN		SOLEIL ACTIF	
	Hauteur d'échelle	Densité	Hauteur d'échelle	Densité	Hauteur d'échelle	Densité
150	20,7	$1,67 \cdot 10^{-9}$	23,5	$1,95 \cdot 10^{-9}$	27,4	$2,32 \cdot 10^{-9}$
160	23,2	$9,46 \cdot 10^{-10}$	26,7	$1,16 \cdot 10^{-9}$	31,8	$1,43 \cdot 10^{-9}$
170	25,3	$5,75 \cdot 10^{-10}$	29,4	$7,37 \cdot 10^{-10}$	35,8	$9,47 \cdot 10^{-10}$
180	27,2	$3,67 \cdot 10^{-10}$	31,8	$4,93 \cdot 10^{-10}$	39,4	$6,62 \cdot 10^{-10}$
190	28,9	$2,43 \cdot 10^{-10}$	34,0	$3,42 \cdot 10^{-10}$	42,6	$4,81 \cdot 10^{-10}$
200	30,4	$1,65 \cdot 10^{-10}$	35,9	$2,44 \cdot 10^{-10}$	45,5	$3,60 \cdot 10^{-10}$
250	36,0	$3,16 \cdot 10^{-11}$	43,5	$5,83 \cdot 10^{-11}$	56,9	$1,11 \cdot 10^{-10}$
300	39,5	$7,81 \cdot 10^{-12}$	48,4	$1,80 \cdot 10^{-11}$	64,5	$4,35 \cdot 10^{-11}$
350	42,5	$2,17 \cdot 10^{-12}$	51,8	$6,30 \cdot 10^{-12}$	69,9	$1,94 \cdot 10^{-11}$
400	46,9	$6,50 \cdot 10^{-13}$	54,8	$2,36 \cdot 10^{-12}$	74,1	$9,28 \cdot 10^{-12}$



Révolution après révolution, l'orbite d'un satellite s'abaisse sous l'effet du freinage atmosphérique.

"d" est la densité atmosphérique en unités MKS (kg/m^3).
 "a" est le demi grand axe de l'orbite (calculé au point 1).

5. Décroissance de l'altitude du périhélie (en mètres par révolution, à convertir ensuite en kilomètres pour qu'elle soit utilisable pour le point 6) :

$$\Delta h_1 = Y \left[\frac{1}{2X} \times \left(1 + \frac{3}{8X} \right) \right]$$

6. Sommation et nombre d'orbites :
 Après initialisation $n = 0$

Faire :

$$n = n + 1$$

$$h_1 = h_1 - \Delta h_1$$

et sortir : n , Δh_1 et h_1 .

Retour en 1 pour recalculer tous les éléments, y compris de nouvelles valeurs de H et d par interpolation dans le tableau. La différence sera évidemment infime pour les premières orbites, mais ira en s'accroissant car le freinage se fait de plus en plus intense à mesure que l'altitude baisse.

Application

Calculer la perte d'altitude de la station orbitale soviétique *Saliout 7* pour la période actuelle (activité

solaire moyenne), avec une orbite évoluant entre 290 km de périhélie et 334 km d'apogée (valeurs au 1^{er} mai 1983). Rapport section/masse : 0.0007

1. Calcul de a :

$$a = \frac{290 + 334}{2} + 6\,378 = 6\,690 \text{ km}$$

2. Calcul de e :

$$e = 1 - \frac{290 + 6\,378}{6\,690} = 0.003288$$

3. Calcul de X :

$$X = 0.003288 \left(\frac{6\,690}{47.42} \right) = 0.46394 \text{ (pour interpolation de } H = 47.42 \text{, voir "Indications" ci-contre)}$$

4. Calcul de Y :

$$Y = 2 \times 2.2 \times 7 \cdot 10^{-4} \times 2.61 \cdot 10^{-11} \times (6.69 \cdot 10^6)^2 \frac{\sqrt{2\pi}}{0.46394}$$

$$Y = 13.24$$

5. Décroissance du périhélie :

$$\Delta h_1 = \frac{13.24}{2 \times 0.46394} \left(1 + \frac{3}{8 \times 0.46394} \right)$$

$$\Delta h_1 = 25.8 \text{ m/révolution}$$

(soit 409 m pour la première journée, compte tenu du nombre de révolutions effectuées chaque jour à cette altitude).

$$n = 1$$

$$h_1 = 290.0000 - 0.0258 = 289.9742$$

et ainsi de suite.

Notons pour finir que ce programme présente également l'intérêt de tester l'influence de l'activité solaire sur la chute d'altitude des satellites.

Indications

En rassemblant les valeurs numériques, Y peut s'exprimer ainsi :

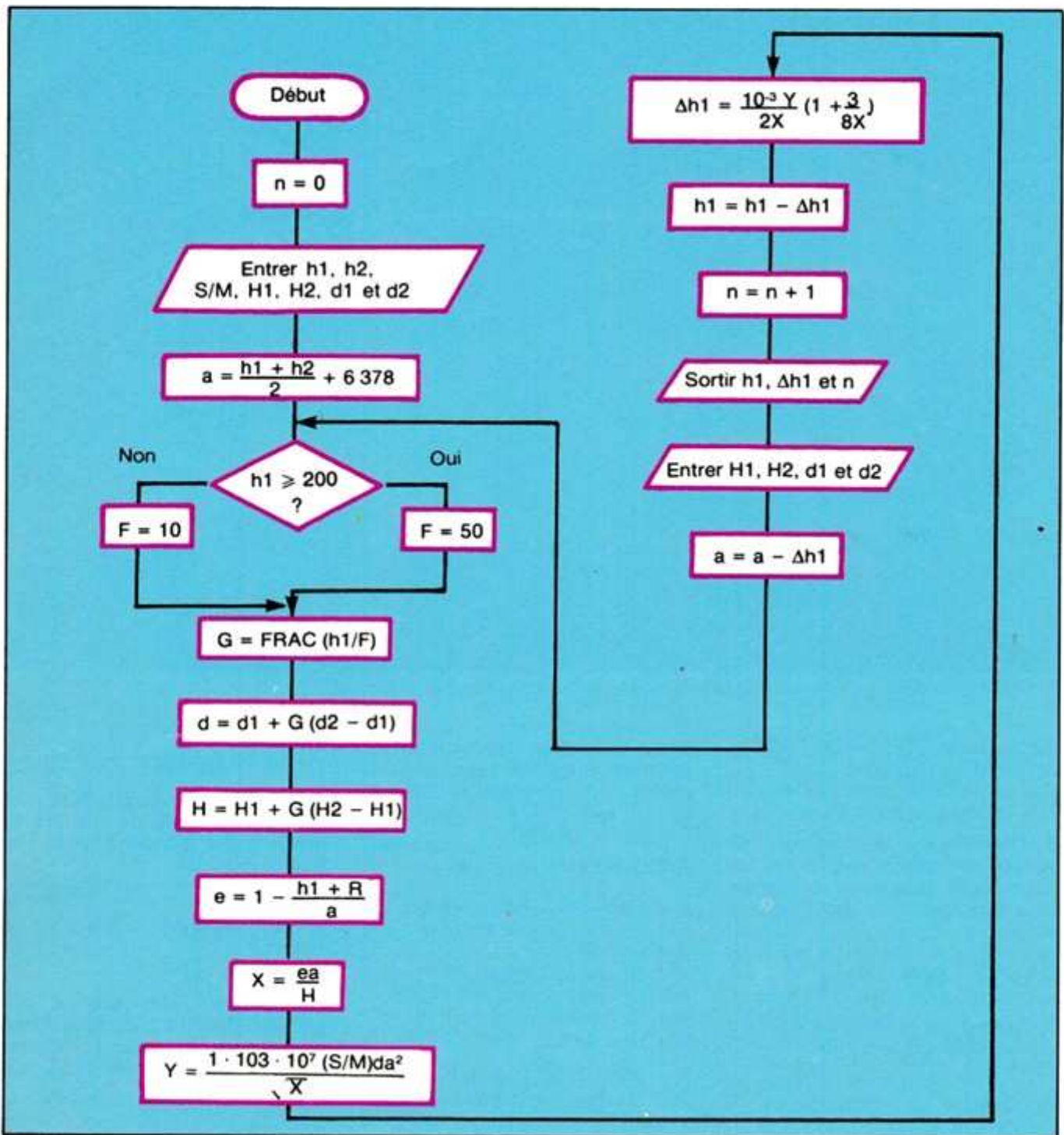
$$Y = 2 \times 2.2 \times (1\,000)^2 \times \sqrt{2\pi} \times (S/M) da^2 / \sqrt{X} = \frac{1.103 \cdot 10^7 (S/M) da^2}{\sqrt{X}}$$

a étant toujours exprimé en km.

De même, on exprimera Δh_1 en km par :

$$\Delta h_1 = 10^{-3} \frac{Y (1 + \frac{3}{8X})}{2X}$$

Les interpolations pour les calculs de "d" et de "H" se feront de la manière suivante : supposons que



Organigramme

h_1 soit compris entre deux valeurs du tableau (h et h'), la hauteur d'échelle valant H pour h et H' pour h' . La valeur de H_1 à l'altitude h_1 égale, par interpolation :

$$H + (H' - H) \times \frac{h_1 - h}{h' - h}$$

H et H' sont à entrer par l'utilisateur ; h_1 est connu de la machine. Quant à h , si h_1 est plus grand que 200, il est égal au multiple de 50 inférieur, et h' est égal au multiple de 50 supérieur à h_1 . Le

nombre 50 est à remplacer par 10 si h_1 est inférieur à 200. Et l'opération est similaire pour le calcul de "d".

Solution du numéro précédent

"Comment localiser par calcul la lune sur le ciel"

Programme pour le ZX-81

Le programme de localisation de la Lune dans le ciel ne pouvant entrer

dans la calculette HP-34C habituellement utilisée dans ces colonnes avec la TI-58, 59, nous l'avons établi cette fois, et ce de façon tout à fait exceptionnelle, pour le micro-ordinateur ZX-81 de Sinclair (agrémenté ici d'une extension mémoire de 16 kilo-octets). Quelques remarques préliminaires s'imposent donc.

● Après avoir entré votre programme et effectué le traditionnel RUN, le ZX-81 vous demande

d'entrer successivement les années, les mois, les jours, les heures et les minutes en validant à chaque fois ces données avec la touche NEW LINE (c'est lorsque les minutes auront été rentrées que le programme effectuera son calcul, en quelques secondes). Une fois les valeurs alpha et delta affichées, le ZX-81 s'arrête. Il vous faudra alors appuyer sur la touche R (pour "recommencer") pour faire revenir le programme à son point de départ.

● Le contenu de vos données n'est pas vérifié. C'est-à-dire que le ZX-81 ne contrôlera pas, par exemple, si la valeur du jour est supérieure à 31 ou celle des minutes plus grande que 60 (ceci par souci d'économie de pas de programmes).

● Rappelons enfin que le ZX-81 travaille normalement en mode radian ; cela explique les nombreux PI/180 et 180/PI... Par ailleurs,

comme vous pourrez le remarquer sur les lignes 570 et 572, lorsque le ZX-81 prend la part entière d'un nombre négatif, il lui soustrait 1. Par exemple, la partie entière de -23,567, est : -24, ce qui n'est pas tout à fait ce que nous pourrions appeler un résultat exact !... Tout se passe donc en fait comme si le ZX-81 prenait en compte la partie entière du nombre sans considérer son signe négatif.

Programme pour TI-58, 59

```
000 LBL A'
  =
  ÷
  3
  6
  0
  =
  INV INT
010 ×
  3
  6
  0
```

```
=
INV SBR
LBL A
STO 00
020 x = t
  PGM 20
  A
  7
  2
  1
  3
  5
```

```
3
030 INV SUM 04
  DEG
  FIX 2
  RCL 00
  D. MS
  ÷
040 2
  4
  =
  SUM 04
  RCL 04
  ×
  .
  9
  070 1
  6
  +
  2
  8
  2
  .
  5
  050 8
  5
  6
  3
  -
  3
  .
  4
  6
  8
  060 9
  .
  A'
  STO 01
  +
  sin
  ×
  1
  .
  9
  1
  070 1
  6
  +
  2
  8
  2
  .
  5
  1
  0
  080 4
  =
  STO 02
  RCL 04
  ×
  1
  3
  .
```

```
5 REM ADAPTE SUR LE ZX 81 PAR
  H.P. PENEL ET O. GUTRON
10 REM PROGRAMME POUR LA LOCAL
  ISATION DE LA LUNE DANS LE CIEL
15 CLS
20 PRINT AT 0,0;"ENTREZ L ANNE
E (AAAA)"
30 INPUT A
40 PRINT AT 3,3;A
50 PRINT AT 0,0;"ENTREZ LE MOI
S (MM)"
60 INPUT MM
70 PRINT AT 3,9;MM
80 PRINT AT 0,0;"ENTREZ LE JOU
R (JJ)"
90 INPUT J
100 PRINT AT 3,12;J
110 PRINT AT 0,0;"ENTREZ LES HE
URES (HH)"
120 INPUT H
130 PRINT AT 3,15;H
140 PRINT AT 0,0;"ENTREZ LES MI
NUTES (MN)"
150 INPUT MN
160 PRINT AT 3,18;MN
170 PRINT AT 0,0;"ATTENDEZ, JE
CALCULE..."
180 LET H=(H/24)+(MN/1440)
190 LET F=(365*A)+J+(31*(MM-1))
200 IF MM>3 THEN GOTO 230
210 LET A=A-1
220 GOTO 240
230 LET F=F-INT(.4*MM+2.3)
240 LET F=F+(INT(A/4))-(INT(.
75*INT(A/100)+.75))
250 LET N=F-721353+H
260 LET X=.98563*N-3.4689
270 GOSUB 1000
280 LET MS=X
290 LET LS=MS+(1.916*SIN(MS*PI
/180))+282.5104
310 LET X=13.17634*N+124.8756
320 GOSUB 1000
330 LET LM=X
340 LET X=LM-.11137*N-145.9601
350 GOSUB 1000
360 LET M=X
370 LET EV=1.274*SIN((PI/180)*
(2*(LM-LS)-M))
380 LET EA=.186*SIN(MS*PI/180)
390 LET MC=M+EV-EA-.37*SIN(MS*
PI/180)
400 LET EC=6.289*SIN(MC*PI/180
```

```
410 LET V=.658*SIN((PI/90)*(LM
-LS))
420 LET LC=LM+EV-EA+EC+U
430 LET X=248.6441-.05296*N
440 GOSUB 1000
450 LET LN=X
460 LET LE=LN-.16*SIN(MS*PI/18
0)
465 LET K=TAN((LC-LE)*PI/180)
470 LET LG=LE+(180/PI)*ATN(K*.
99597)
480 LET D=ABS(LG-LC)
490 IF D>=10 THEN LET LG=LG+180
500 LET LT=(180/PI)*ASN(SIN((
LC-LE)*PI/180)+.08966)
502 LET AAA=(SIN(PI*LG/180))*
.91741
504 LET BBB=(TAN(LT*PI/180))*
.39795
505 LET CCC=COS(LG*PI/180)
510 LET AL=180+(180/PI)*ATN((A
A+BBB)/CCC)
520 LET AL=AL/15
530 LET A1=INT AL
540 LET RE=INT AL
550 LET A2=60*(AL-RE)
560 LET DE=(180/PI)*ASN(SIN(L
T*PI/180)+.91741+COS(LT*PI/180)
*SIN(LG*PI/180)+.39795)
570 IF DE>0 THEN LET D1=INT DE
572 IF DE<0 THEN LET D1=INT (DE
+1)
580 LET D2=60*((ABS DE)-INT (AB
S DE))
582 LET A2=INT A2
584 LET D2=INT D2
590 CLS
600 PRINT "ALPHA = ";A1;" H ";A
2;" MN"
610 PRINT
620 PRINT
630 PRINT "DELTA = ";D1;" DEG "
;D2;" MN"
640 PRINT
650 PRINT AT 10,0;"SI VOUS VOUL
EZ RECOMMENCER, APUYEZ SUR L
A TOUCHE R"
660 IF INKEY$="R" THEN GOTO 10
670 GOTO 600
1000 LET Y=INT(X/360)
1010 LET X=360*((X/360)-Y)
1020 RETURN
```

CALCULETTE DE L'ASTRONOME

```

090 1      7
      7      x
      6      RCL 01
      3      sin
      4      =
      +      170 sin
      1      x
      2      6
      4      .
      .      2
100 8      8
      7      9
      5      +
      6      x = t
      A'      +
      STO 03  (
      -      2
      .      x
110 1      (
      1      RCL 03
      3      -
      7      RCL 02
      x      )
      RCL 04  190 )
      -      sin
      1      x
      4      .
120 5      6
      .      5
      9      +
      6      RCL 03
      0      =
      1      200 STO 06
      A'      2
      STO 05  4
      +/-     8
130 +      .
      2      6
      x      4
      (      4
      RCL 03  210 1
      -      -
      RCL 02  .
      )      0
140 =      5
      sin     2
      x      9
      1      6
      .      x
      2      RCL 04
      7      221 A'
      4      -
      -      .
      .      1
150 1      6
      8      x
      6      RCL 01
      x      sin
      RCL 01  230 +
      sin     STO 08
      +      (
      x = t    (
      RCL 05  +/-
161 -      +
      .      RCL 06
      3      )

```

```

240 tan
      x
      .
      9
      9
      5
      9
      7
      )
      INV tan
251 -
      STO 07
      RCL 06
      =
      |x|
      x = t
260 0
      x >= t
      sin
      1
      8
      0
      SUM 07
      LBL sin
270 RCL 06
      -
      RCL 08
      =
      sin
      x
      .
      0
280 8
      9
      6
      8
      =
      INV sin
      STO 09
      tan
290 +/-
      x
      .
      3
      9
      7
      9
      5
      +
      RCL 07
301 sin
      x
      .
      9
      1
      7
      4
      1
      =
310 ÷
      RCL 07
      cos
      =
      INV tan
      +
      1
      8
320 0
      =
      ÷
      1
      5
      =
      INV D.MS
      x = t
      RCL 09
331 sin
      x
      .
      9
      1
      7
      4
      1
      +
340 RCL 09
      cos
      x
      RCL 07
      sin
      x
      .
      3
350 9
      7
      9
      5
      =
      INV sin
      INV D.MS
      x = t
360 R/S

```

Mode d'emploi

- Sur les TI-58, il faudra faire 1 OP 17 pour allouer une place suffisante au programme. La machine affichera alors 399.09
- Entrer la date sous la forme usuelle MMJJ.AAAA et faire x = t ; écrire ensuite l'heure TU sous la forme HH.MM ; appuyer enfin sur la touche A.
- ALPHA apparaîtra en heures et minutes. Faire alors x = t pour obtenir DELTA en degrés et minutes.

Pierre KOHLER
Programmation Daniel FERRO □