MESURE PRÉCISE DE LA ET DE LA POSITION DES

▶ Pour un grand nombre de déterminations pratiques, il est indispensable de connaître la distance héliocentrique des planètes (c'est-à-dire la longueur du rayon vecteur qui les joint au Soleil), leur vitesse orbitale et leur position angulaire, à une date précise. Cela peut être utile pour calculer la vitesse des sondes spatiales lancées de la Terre et leur vitesse relative par rapport à l'une de ces planètes (Voir *S. & V.* n[os] 750, 764 et 788). Il peut être amusant également de calculer le diamètre apparent qu'aurait le Soleil vu de l'une ou l'autre de ces planètes, suivant l'époque.
Si les orbites planétaires étaient des cercles parfaits, c'est-à-dire des ellipses d'excentricité nulle, ce type de calcul pourrait s'effectuer facilement avec une calculatrice du modèle le plus simple. Mais il n'en est pas ainsi et certaines planètes, comme Mercure, Mars ou Pluton, circulent sur des orbites dont l'excentricité est loin d'être négligeable. Il faut alors résoudre ce qu'il est convenu d'appeler, en mécanique céleste, " l'équation de Képler ", ce qui ne peut se faire que par des approximations successives, en recourant à un calcul itératif. Une calculette programmable trouve alors tout son intérêt.

Formulation

Nous déterminerons, pour l'instant " t " choisi :

- la distance héliocentrique " r " ;
- l'anomalie vraie " v ", c'est-à-dire l'angle parcouru depuis le passage au périhélie, à la date " t_o " ;
- la vitesse orbitale instantanée " V ".

Nous aurons donc à entrer dans le programme :

- t et t_o (voir **tableau page de droite** pour t_o), exprimés en jours juliens par exemple (voir *S. & V.* n° 774, à propos des jours juliens), ou en jours écoulés depuis une date de référence choisie arbitrairement ;
- " a " : demi-grand axe de la planète considérée ;
- " e " : excentricité de cette planète (voir également **tableau**).

1. Calcul de l'anomalie excentrique " E " :

$E - e \sin E = M$

avec l'anomalie moyenne $M = N (t - t_o)$

$N = 360/365 = 0.9863$

(0.9836 pour les années bissextiles)

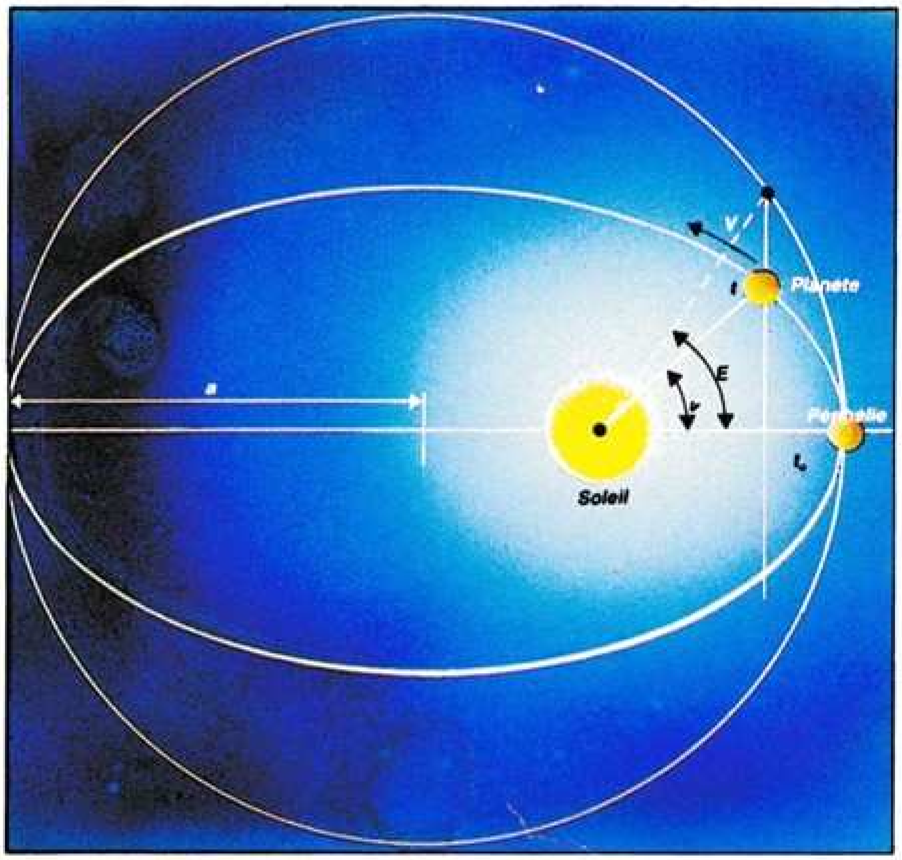
Il faut donc faire :

$E_o = M + e \sin M$

$E_1 = M + e \sin E_o$

NOME

DISTANCE, DE LA VITESSE PLANÈTES SUR LEURS ORBITES



$E_2 = M + e \sin E_1 ...$
$E_n = M + e \sin E_{(n-1)}$
jusqu'à ce que $E_n = E_{(n-1)}$
Un test est donc nécessaire.
Faire alors $E = E_n$, pour comparer à chaque fois ces deux valeurs.

2. Calcul de l'angle au périhélie :

$$v = \arccos \left[\frac{\cos E - e}{1 - e \cos E}\right]$$

3. Calcul de la distance héliocentrique :
$r = a\,(1 - e \cos E)$
r sera exprimé en unités astronomiques ; pour obtenir la distance en kilomètres multiplier par 149.59787 $\times 10^6$.

4. Calcul de la vitesse orbitale instantanée

$$V = \sqrt{GM \left[\frac{2}{r} - \frac{1}{a}\right]}$$

avec GM : constante héliocentrique de gravitation ($GM = 1.327 \times 10^{20}$)
(r et a sont à exprimer en mètres)

Application

Vitesse, position et distance de la Terre le 23 mars 1983 ?

1. Calcul de l'anomalie excentrique
N = 80 (depuis le 3/1)
$M = 0.9863 \times 80 = 78.904°$
$E_o = 78.904 + 0.016739 \sin 78.904$
$= 78.920426$

$E_1 = 78.904 + 0.016739 \sin 78.9204$
$= 78.920427$
$E_2 = 78.904 + 0.016739 \sin 78.9204$
$= 78.920427$
$E_2 = E_1$, donc STOP
$E = 78.9204$

2. Calcul de la position :

$$v = \arccos \left[\frac{\cos (78.92) - 0.0167}{1 - 0.0167 \cos (78.92)}\right]$$
$$= \arccos \left[\frac{0.1754}{0.99678}\right]$$
$$= \arccos (0.176)$$
$$= 79.9°, \text{ et non } 80 \times \frac{360}{365} = 78.9°$$

comme ce serait le cas si l'orbite terrestre était circulaire. Alors on aurait v = M.

3. Calcul de la distance héliocentrique (en km) :

$$r = \frac{149.59787\ 10^6\ (1 - 0.016739)}{1 + 0.016739 \cos (79.7)}$$
$$= \frac{149.55595\ 10^6}{1.0029872}$$

r = 149.11665 millions de km

4. Calcul de la vitesse orbitale

$$V = \sqrt{1.3271\ 10^{20} \left[\frac{2}{149.11\ 10^9} - \frac{1}{149.60\ 10^9}\right]}$$
$$= 2.9880\ 10^4 \text{ m/s}$$
V = 29.880 km/s

SOLUTION DU NUMÉRO PRÉCÉDENT

"Traquez les satellites géostationnaires dans le ciel"

Programme pour HP-34 C

```
001 LBL A          +
    DEG        020 9
    STO 0          0
    cos            -
                   STO 2
    1              R↓
    5              -
    1              sin
    2              Lst x
010 7              cos
    3              RCL 1
    STO 1      030 -
    -              ÷
    RCL 0          tan-1
    sin            cos
    ÷              RCL 0
    tan-1          cos
    RCL 0          RCL 2
```

PLANÈTE	DEMI-GRAND AXE "a" (U. A.)	EXCENTRICITÉ "e"	DERNIER PASSAGE AU PÉRIHÉLIE t_o
MERCURE	0.38710	0.205629	4/7/83 + k*(87.97)
VÉNUS	0.72333	0.006821	21/4/83 + k (224.70)
TERRE	1.00000	0.016739	3/1/83 + k (365.26)
MARS	1.52369	0.09346	21/12/82 + k (687.00)
JUPITER	5.2028	0.04840	12/8/75 + k (4332.9)
SATURNE	9.5388	0.05576	18/1/74 + k (10764.2)
URANUS	19.1885	0.04633	
NEPTUNE	30.0664	0.00877	
PLUTON	39.439	0.249	

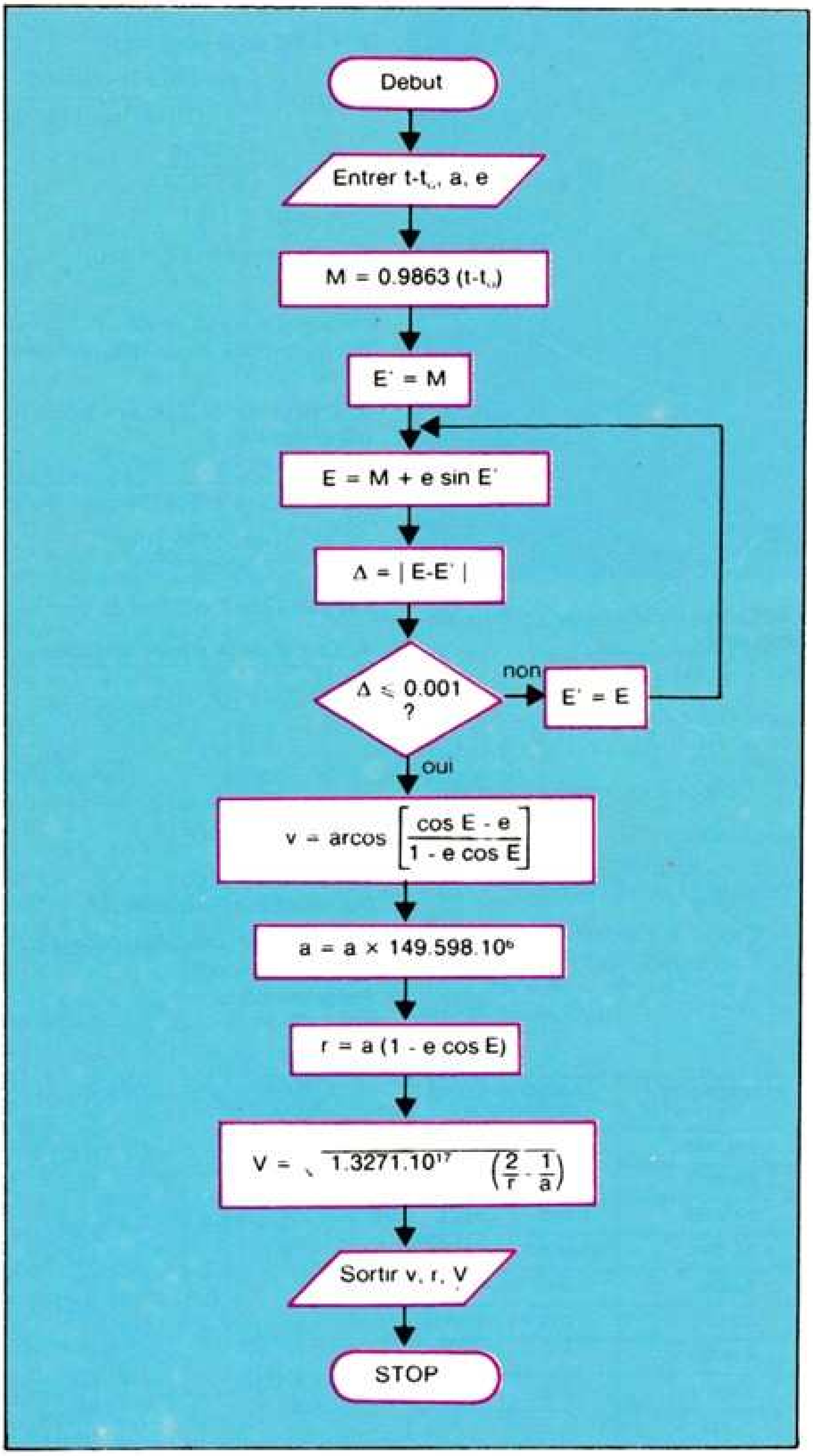
** k = nombre entier de révolutions effectuées par la planète, entre la date de référence et la date de calcul.*

Dessin L. Delplanque

```
    cos         ×           sin         cos
    ×           +           ×           RCL 0
    ×           sin⁻¹       CHS     060 cos
040 RCL 2       ENTER       RCL 2       ×
    sin         ENTER       sin         ÷
    RCL 0       sin         +           cos⁻¹
    sin     050 RCL 0       x ⇄ y   064 RTN
```

Mode d'emploi

- Introduire, en les séparant par des ENTER, L_1, L_0 et φ. Appuyer sur A.
- La valeur de Az apparaît. Faire x ⇄ y pour obtenir h.



Organigramme

Programme pour TI 58-59

```
000 LBL A          060 =
    STO 00             1/x
    R/S                ×
    LBL B              RCL 05
    STO 01             sin
    R/S                =
010 LBL C              INV tan
    STO 02             cos
    R/S            070 ×
    LBL D              RCL 00
    DEG                cos
    RCL 00             ×
020 cos                RCL 04
    -                  cos
    .                  +
    1                  RCL 00
    5              081 sin
    1                  ×
    2                  RCL 04
    7                  sin
    3                  =
    STO 03             INV sin
031 =                  STO 05
    ÷              091 x ⇄ t
    RCL 00             RCL 04
    sin                sin
    =                  -
    INV tan            RCL 00
    +                  sin
040 RCL 00             ×
    -              100 RCL 05
    9                  sin
    0                  =
    =                  ÷
    STO 04             RCL 00
    RCL 01             cos
050 -                  ÷
    RCL 02             RCL 05
    =              111 cos
    STO 05             =
    cos                INV cos
    -              115 R/S
    RCL 03
```

Mode d'emploi

- Entrer φ en A, L_1 en B et L_0 en C
- Démarrer le calcul en appuyant sur D
- Az apparaitra. Pour obtenir h, appuyer sur x ⇄ t.
- Pour un nouveau calcul, il suffit de modifier la (ou les) valeur nécessaire.

Pierre KOHLER
Progammation Daniel FERRO