

Wer selten oder nie etwas Geld spart, wird kaum Mühe bei der Berechnung seiner Zinsen haben. Anders sieht es aus, wenn im professionellen Rahmen Aufwand und Ertrag etc. exakt abzuwägen sind. Insbesondere bei größeren Investitionen oder großen Stückzahlen wird eine korrekte Analyse unerlässlich sein. Für solche Aufgaben, wie sie von jedem Kaufmann zu lösen sind, und ebenso bei privaten Anlagen in z.B. festverzinsliche Wertpapiere gibt der folgende Beitrag eine praktische Lösungsmöglichkeit mit durchgerechneten Beispielen.

Claus Heudorf

## Programm zur Berechnung der Effektivverzinsung (TI-58/59)

### 1 Grundbegriffe

Unter *Effektivverzinsung* versteht man den tatsächlichen Ertrag oder Aufwand, den ein festverzinsliches Wertpapier oder ein Kredit unter Berücksichtigung des tatsächlichen Kaufpreises bzw. der tatsächlichen Auszahlung erbringt bzw. kostet.

Die festverzinslichen Wertpapiere verbrieften eine oder mehrere Leistungen während der zukünftigen Laufzeit:

- Zinsen
- Rückzahlung(en).

Entsprechendes gilt auch für aufgenommene Kredite. Dabei beziehen sich die Zinsen immer auf den Nennwert des Papierses bzw. die vereinbarte Kreditsumme. Diesen Zinssatz nennt man daher *Nominalzinssatz*.

*Beispiel:* Ein mit 5% jährlich verzinster Pfandbrief kann zu einem Kaufpreis (Kurs) von 90,- erworben werden. Der Nennwert des Papierses beträgt jedoch 100,-. Man bekommt jährlich 5,- Zinsen ausgezahlt. Das eingesetzte Kapital (90,-) verzinst sich also zu einem höheren Satz als der Nominalzinssatz.

Daraus ergibt sich folgender Zusammenhang:

Nominalzinssatz = Effektivzinssatz wenn Kurs = 100  
 Nominalzinssatz < Effektivzinssatz wenn Kurs < 100  
 Nominalzinssatz > Effektivzinssatz wenn Kurs > 100

Da der Kurs vom Kapitalmarkt bestimmt wird, interessiert den Anleger oder Kreditnehmer der Effektivzinssatz bei gegebenem Kurs. Die Höhe des Effektivzinssatzes hängt dabei ab von:

- Laufzeit,
- Nominalzinssatz,
- Rückzahlung und
- Kurs bzw. Auszahlung.

### 2 Formeln

Die Effektivverzinsung wird auch als Rendite, Realzins, interner Zins, Kalkulationszins usw. bezeichnet. In der Literatur werden verschiedene Berechnungsformeln vorgeschlagen. Am einfachsten ist die Formel

$$\text{Effektivzinssatz} = \frac{\text{jährlicher Zinssatz} \times 100}{\text{Kurs}} \quad (1)$$

bei der weder Laufzeit noch die Höhe der Rückzahlung in die Berechnung eingehen.

Die sogenannte *Sparkassenformel*

$$\text{Effektivzinssatz} = \frac{(\text{Nominalzinssatz} + \frac{\text{Rückzahlung} - \text{Kurs}}{\text{Laufzeit}}) \times 100}{\text{Kurs}} \quad (2)$$

berücksichtigt dagegen diese beiden fehlenden Größen, wird jedoch der Tatsache nicht gerecht, daß die Laufzeiten in der Regel größer als ein Jahr sind, so daß die Verfahren der Zinseszinsrechnung eingesetzt werden müssen.

Diese vergleichen den tatsächlichen Kurs mit dem Barwert aller zukünftigen Leistungen des Schuldners verzinst mit dem Effektivzinssatz. Dieser Barwert errechnet sich aus

$$\begin{aligned} & \text{Nominalzinssatz} \times \text{Rentenbarwertfaktor (effektiv)} \\ & + \text{Rückzahlung} \times \text{Abzinsungsfaktor (effektiv)} \\ & + (\text{evtl. Kurszuschlag für unterjährige Zinszahlung}). \end{aligned}$$

In der Formel

$$\text{Kurs} = \text{Barwert aller Schuldnerleistungen} \quad (3)$$

bei der der Kurs gegeben ist, wäre also der im Rentenbarwert- und im Abzinsungsfaktor wirkende effektive Zinssatz zu bestimmen. Zur Lösung wären Gleichungen  $n$ -ten Grades erforderlich.

Die Literatur schlägt daher **Näherungsverfahren mit Interpolation** auf den Effektivzinssatz vor. Oder man verwendet die von *Ruppert/Caprano* [2] vorgeschlagene **Iterationsformel**, die den Fähigkeiten des programmierbaren Taschenrechners entspricht:

$$\frac{\text{Nominalzinssatz}}{100} + \frac{\text{Rückzahlung} - \text{Kurs}}{\text{Kurs}} \times \frac{q - 1}{q^n - 1} = \text{Effektivzinssatz} \quad (4)$$

vorläufiger

in der  $n$  = Laufzeit und  $q = 1 + \frac{\text{Zinssatz}}{100}$  ist.

Der Wert der linken Gleichungsseite wird jeweils als verbessertes „ $q$ “ in die Gleichung eingesetzt, solange bis das letzte Ergebnis vom vorherigen nicht mehr abweicht. Der so gefundene Zinssatz ist der Effektivzinssatz.

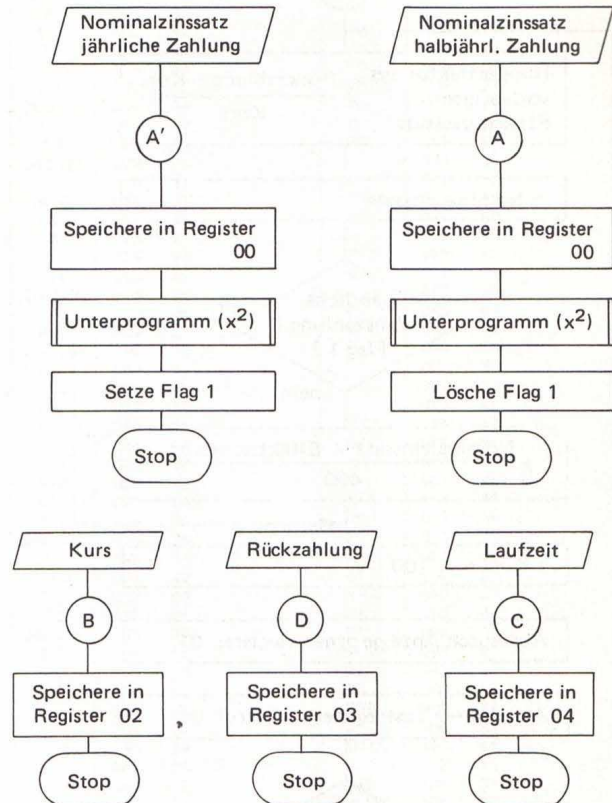
### 3 Programmablaufpläne

#### 3.1 Nassi-Shneiderman-Diagramm

Anfang des Programms Eingabe von Nominalzinssatz, Kurs, Laufzeit, Rückzahlung Setze <b>Flag 1</b> bei jährlicher Zinszahlung	
Wiederhole	Berechne vorläufigen Effektivzinssatz nach Formel (4)  bis das Ergebnis nicht mehr vom vorherigen Ergebnis abweicht
Ausgabe des Effektivzinssatzes Programmende	

#### 3.2 Flußdiagramme

##### Eingaberoutine



**Näherungsverfahren:** Mathematische Entwicklungen oder Formeln, mit denen nicht exakt lösbare Aufgaben näherungsweise berechnet werden können.

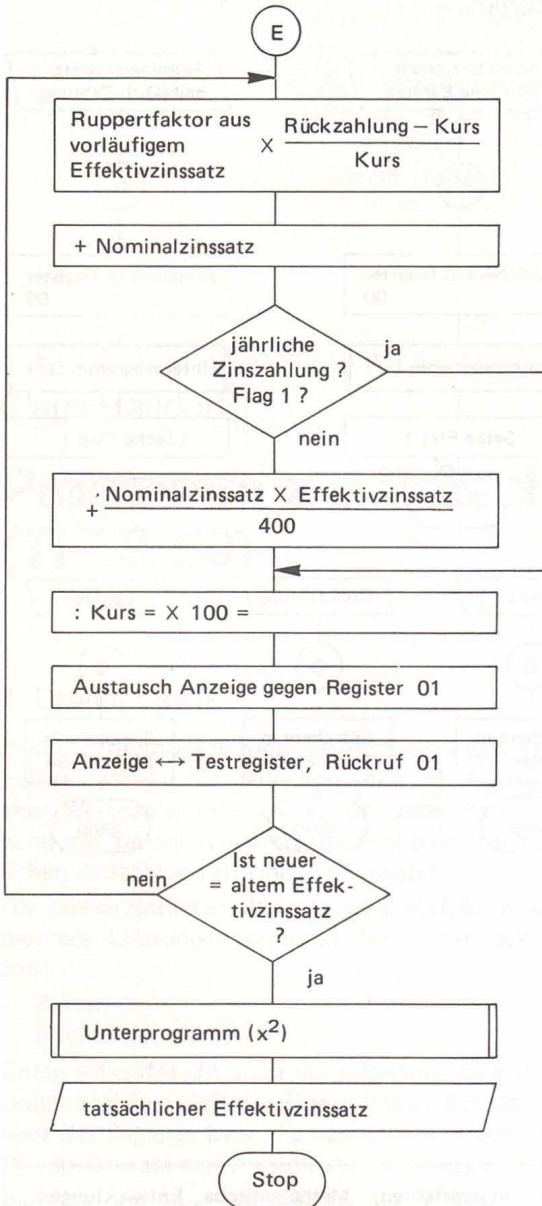
**Interpolation:** Einsetzen einer Schätzgröße zwischen zwei Glieder einer gesetzmäßigen Folge, um das Ergebnis zu verbessern.

**Iterationsformel:** Formel, die das wiederholte Einsetzen aufeinanderfolgender Näherungswerte zur Verbesserung einer Lösung erleichtert.

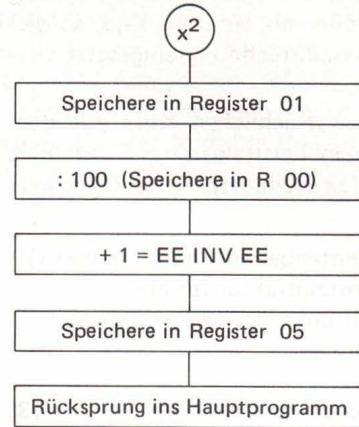
**Flag:** Flagge, Marke. Man bezeichnet so einzelne Bits, die, wenn sie gesetzt sind, einen bestimmten Zustand signalisieren (z.B. Anzeige, ob ein Ergebnis positiv oder negativ).



Hauptprogramm



Unterprogramm



4 Speicherbelegungsplan

Register	Inhalt
00	Nominalzinssatz (%)
01	vorläufiger Effektivzinssatz (%)
02	Kurs bzw. Auszahlung
03	Rückzahlung bei Laufzeitende
04	Laufzeit
05	$1 + \frac{\text{vorläufiger Effektivzinssatz}}{100}$
06	100
T	vorheriger Effektivzinssatz

5 Programmanwendung

Schritt	Eingabeobjekt	Befehl/Taste	Anzeige
1a	Prozentsatz der Nominalverzinsung bei jährlicher Zinszahlung	2nd A'	$1 + \frac{p}{100}$
1b	Prozentsatz der Nominalverzinsung bei halbjährlicher Zinszahlung	A	$1 + \frac{p}{100}$
2	Kurs/Auszahlung	B	Kurs
3	Laufzeit	C	Laufzeit
4	Rückzahlung	D	Rückzahlung
5	—	E	Effektivzinssatz

Anmerkungen zu 5 (Programmanwendung)

- Den Prozentsatz der Nominalverzinsung kann man dem Börseneinführungsprospekt oder dem Kurszettel entnehmen.
- Den Modus der Zinszahlung entnimmt man dem Börseneinführungsprospekt oder erfragt ihn bei der Hausbank.

(Fortsetzung auf Seite 21)

- 3 Den Kurs der Wertpapiere kann man den Kurszetteln entnehmen. Die Auszahlung als Prozentsatz (in der Regel unter 100) bei Krediten ergibt sich aus dem Kreditvertrag.
- 4 Bei Krediten ergibt sich die Laufzeit aus dem Kreditvertrag. Bei festverzinslichen Wertpapieren ergibt sich die Fälligkeit aus dem Börseneinführungsprospekt oder muß bei der Hausbank erfragt werden. Bei Tilgungsanleihen kann man die Effektivverzinsung nur durch Setzung von Terminen innerhalb der Tilgungszeit berechnen.
- 5 Kredite wie festverzinsliche Wertpapiere werden in der BR Deutschland in der Regel zu Nennwert = Rückzahlung zurückgezahlt. Geben Sie daher 100 „D“ ein, wenn Ihnen die Rückzahlung nicht bekannt ist.

**6 Anwendungsbeispiele**

a) 8,5 % Inhaberschuldverschreibung

Kurs 104,50  
 Laufzeit 6,5833 Jahre (Fälligkeit 01.04.86)  
 Rückzahlung 100  
 Ergebnisse nach Formel  
 (1) (2) (4)  
 8,1340 % 7,4799 % 7,6059 %  
 Rendite lt. ausgebender Stelle 7,61 %

b) 6 % Inhaberschuldverschreibung

Kurs 90,25  
 (Rest-) Laufzeit 8,5 Jahre  
 Rückzahlung 100  
 Ergebnisse nach Formel  
 6,6482 % 7,9192 % 7,5987 %  
 Rendite lt. ausgebender Stelle 7,60 %

c) 9 % Pfandbrief

Kurs 94  
 (Rest-) Laufzeit 8 Jahre  
 Rückzahlung 100  
 Ergebnisse lt. Formel  
 9,5745 % 10,373 % 10,1299 %

d) Hypothekarkredit einer Lebensversicherung

Nominalzins 8 %  
 Auszahlung 95  
 Laufzeit 30 Jahre  
 Rückzahlung 100 (mit der dann fälligen Lebensversicherung)  
 Ergebnisse lt. Formel  
 8,4211 % 8,5964 % 8,4637 %

**7 Befehlsliste**

Taste	PSS	Code
2nd LBl	000	76
2nd A'	001	16
STO	002	42
00	003	00
SBR	004	71
x <sup>2</sup>	005	33
2ndStflg	006	86
1	007	01
R/S	008	91
2nd Lbl	009	76
A	010	11
STO	011	42
00	012	00
SBR	013	71
x <sup>2</sup>	014	33
INV	015	22
2ndStflg	016	86
1	017	01
R/S	018	91
2nd Lbl	019	76
B	020	12
STO	021	42
02	022	02
R/S	023	91
2nd Lbl	024	76
C	025	13
STO	026	42
04	027	04
R/S	028	91
2nd Lbl	029	76
D	030	14
STO	031	42
03	032	03
R/S	033	91
2nd Lbl	034	76
E	035	15
RCL	036	43
05	037	05
-	038	75
1	039	01
)	040	54
:	041	55
(	042	53
RCL	043	43
05	044	05
y <sup>x</sup>	045	45
RCL	046	43
04	047	04
-	048	75
1	049	01
)	050	54
x	051	65
(	052	53
RCL	053	43
03	054	03
-	055	75
RCL	056	43
02	057	02
)	058	54
:	059	55
RCL	060	43

Taste	PSS	Code
02	061	02
+	062	85
(	063	53
RCL	064	43
00	065	00
2ndIfflg	066	87
1	067	01
0	068	00
83	069	83
+	070	85
(	071	53
RCL	072	43
00	073	00
x	074	65
RCL	075	43
01	076	01
:	077	55
4	078	04
0	079	00
0	080	00
)	081	54
)	082	54
:	083	55
RCL	084	43
02	085	02
=	086	95
x	087	65
RCL	088	43
06	089	06
=	090	95
2nd Exc	091	48
01	092	01
x - t	093	32
RCL	094	43
01	095	01
2nd x = t	096	67
1	097	01
03	098	03
SBR	099	71
x <sup>2</sup>	100	33
GTO	101	61
E	102	15
R/S	103	91
2nd Lbl	104	76
x <sup>2</sup>	105	33
STO	106	42
01	107	01
:	108	55
1	109	01
0	110	00
0	111	00
STO	112	42
06	113	06
+	114	85
1	115	01
=	116	95
EE	117	52
INV	118	22
EE	119	52
STO	120	42
05	121	05
INV SBR	122	92

**Literatur**

- [1] *Rahmann, J.:* Praktikum der Finanzmathematik. 5. A. Wiesbaden.
- [2] *Caprano, E.:* Finanzmathematik. 1974 München.
- [3] *Bromm, K. U.:* Programmierbare Taschenrechner in Schule und Ausbildung. 1979 Braunschweig/Wiesbaden.
- [4] *Radke, M.:* Die Große betriebswirtschaftliche Formelsammlung. 1966 München.
- [5] *Deutscher Sparkassenkalender 1978.* 1978 Stuttgart.