

Innehåll

1	Ställa in räknaren	4
2	Inmatning av uttryck	8
3	Upprepade beräkningar	14
4	Listor – göra flera beräkningar på en gång	17
5	Koordinatsystem	26
6	Arbeta med formler	30
7	Funktioner och grafitning	38
8	Arbeta med data i tabeller och diagram	47
9	Sannolikheter och att arbeta med slumpen	56
10	Introduktion till programmet TI Connect™	71
11	Skicka listor och annat till en annan räknare	78

Referenser:

Edwards/TI-84 Plus Graphing Calculator for Dummies, Wiley Publishing Inc 2004

Morgan/ Explorations, Statistics handbook for the TI 83, Texas Instruments 1997

Texas Instruments hemsida: education.ti.com

Math Teacher, periodisk tidskrift, National Council of Teachers of Mathematics, Technology Tips från olika nummer åren 1997-2004

TI-Time, periodisk tidskrift, Texas Instruments UK

http://mathforum.org/library/topics/data_sets/

© Texas Instruments Sverige 2005


Printed in Sweden by Ljungbergs Tryckeri AB

Förord

Detta häfte innehåller ett antal tips och idéer om hur du kan göra din grafräknare till ett effektivt, roligt och ytterst användbart hjälpmedel inom olika områden av den matematik som behandlas på grundskolans senare del och inom första kurserna på gymnasiet.

Många områden av matematiken blir utan hjälpmedel tämligen andefattiga utan den kraft som finns inbyggd i dessa små handdatorer. Vi tänker t.ex. på statistik och sannolikhetslära, där själva beräkningarna i många fall är tämligen omfattande och ofta stjäla all tillgänglig tid. Att t.ex. beräkna ett medelvärde på utfallen i 100 tärningskast skulle utan hjälpmedel vara en tämligen meningslös sysselsättning. Nu får räknaren sköta detta och man kan koncentrera sig mer på väsentligare saker.

Vi har, i de flesta fall, inte delat upp innehållet efter räknarens funktioner utan mer efter matematiska områden. I början av häftet finns dock en del allmänna tips som är användbara oavsett vilken matematik som behandlas. Vissa avsnitt går lite utanför vad man brukar ta upp i kurserna. Då har vi en speciell *fördjupningsmarkering*. Vi tycker dock att det finns anledning att ta upp en del av detta därför att räknaren har en del fantastiska funktioner.

 Ibland ger vi lite speciella *tips*, lite grad av smarta knep, och då har vi också en speciell markering.



Det finns också en speciell markering när vi tar upp något tekniskt som är viktigt att komma ihåg.

I slutet av häftet visar vi hur man kan kommunicera med datorn via programmet TI Connect™.

Av utrymmesskäl kan vi i ett sådant här häfte inte ta upp alla de funktioner som finns inbyggda i räknaren. Intresserade kan finna utförliga beskrivningar i handboken till räknaren eller söka i den rikhaltiga flora av böcker och annat material som finns om grafritande räknare. På Internet kan ni söka på "graphing calculator". Från Texas Instruments webbplats, education.ti.com, finns många länkar.

1 Ställa in räknaren

Med E -knappen sätter du naturligtvis på räknaren. Lite beroende på hur räknaren stängdes av så kommer du till räknarens *grundfönster* eller till det fönster som var aktivt då räknaren stängde av sig själv. Vi antar nu att räknaren stängdes av genom på ett aktivt sätt. Då ser kanske fönstret ut så här:

```
60*60*24*365
          31536000
Ans*35
      1103760000
```

På skärmen syns de inmatningar och resultat av beräkningar som du höll på med innan räknaren stängdes av. Det betyder att man alltså helt lungt kan stänga av räknaren och vid ett senare tillfälle fortsätta med de beräkningar man höll på med.

Hur stänger jag nu av den? Om du tittar på räknaren så står det OFF med gul stil ovanför E -knappen. Det betyder att det är en s.k. 2nd-funktion (andra-funktion) som du når om du först trycker på den gula y -knappen uppe till vänster. Det fungerar alltså som [SHIFT]-tangenter på en dator. De ”orange” funktionerna når du genom att först trycka på f -knappen. Den knappen har ju orange färg.

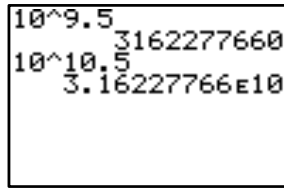
Tryck nu på knappen z . Där gör man en del allmänna inställningar. De flesta bryr vi oss inte om nu men några av dem ger vi oss på direkt.

På den första raden så ställer man in på vilket sätt tal ska visas på räknaren. Normal betyder att det tal vi skriver in visas på det sätt vi är vana vid. Låt nu räknaren stå inställd på FLOAT på andra raden. Senare i kapitlet visar vi vad som händer om man ändrar där.

```
SCI ENG
FLOAT 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
RADIAN DEGREE
FUNC PAR POL SEQ
CONNECTED DOT
SEQUENTIAL SIMUL
REAL a+bc re^nd
FULL HORIZ G-T
SETCLOCK 04/06/24 15:01
```

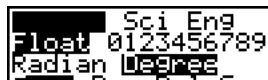
Stora (och små) tal och introduktion av verklig finess

Om resultatet av en beräkning överstiger 10 siffror, ger räknaren resultatet i grundpotensform. Detta gäller om du har "normal-inställningen". Se skärmbilden nedan till vänster.



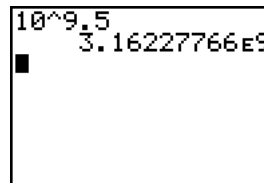
```
10^9.5      3162277660
10^10.5     3.16227766E10
```

Du kan redan från början ställa in räknaren till att konsekvent ge resultat i grundpotensform genom att välja "Scientific notation" (Sci) i menyn.



```
Sci Eng
Float 0123456789
Radian 0000000000
```

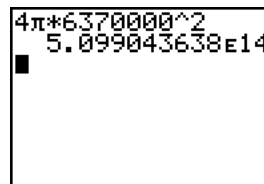
Flytta markören till alternativet Sci på översta raden och tryck sedan på I . Räkna nu ut $10^{9.5}$ igen. Nu visas resultatet i grundpotensform.



```
10^9.5
3.16227766E9
```

Ett exempel till med stora tal: Jordradien är 6370 km. Hur många m^2 är hela hela jordens yta i m^2 ? Jordytans area räknas ut med formeln $4\pi r^2$.

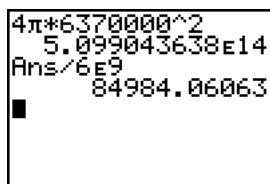
Om du vill skriva in tal i grundpotensform (t.ex. $6,02 \cdot 10^{23}$) skriver du så här (siffror visas här inte som tangenter):
 $6.02 \text{ y } [EE] 23$. Du kan också skriva $6.02 \text{ } ^- 10 \text{ } > 23$.



```
4π*6370000^2
5.099043638E14
```

Nu vill vi räkna ut hur stor area det blir för varje människa i genomsnitt. Världens befolkning är ca 6 miljarder som kan skrivas $6 \text{ y } [EE]9$.

Vårt resultat från första beräkningen ska alltså divideras med 6 miljarder. För att åstadkomma denna beräkning behöver vi inte mata in den uträknade arean utan kan direkt börja med att trycka på $\frac{\square}{\square}$. Ans, som betyder sista uträknade svaret, infogas automatiskt. Inmatning och resultat för två beräkningar syns nu alltså direkt i fönstret. Vi återkommer till hur denna funktion kan användas på flera sätt i ett separat kapitel. Funktionen är oerhört användbar!



För många (eller för få) siffror?


När räknaren gör en beräkning av ett uttryck visas kanske väldigt många siffror och du kanske tycker att det blir lite för mycket. Nu kommer vi till andra raden i inställningsmenyn.

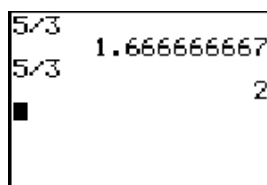


Här kan man ställa in hur många decimaler som ska visas vid resultat av beräkningar. Normalinställningen är oftast FLOAT (flytande decimalantal) och den inställningen gör att ett tal visas som ett decimaltal med upp till 10 siffror samt tecken (\pm) och decimaltecken.

Fast antal siffror (0 till 9) till höger om decimaltecknet får du genom att ställa markören på önskad siffra och sedan trycka på \square . Decimalinställningen gäller för alla tre visningsformaten på första raden i Z -menyn.

Vi visar nu ett exempel på vad som händer vid inställningen FLOAT resp. fast inställning av decimaler. Det påverkar inte bara hur resultatet visas i grundfönstret utan även i andra räknarfönster.

 Skriver vi t.ex. in $5/3$ i grundfönstret med inställningen FLOAT resp. 0 ser det ut som på skärmbilden. Avrundningen till 0 decimaler ger visserligen ett korrekt avrundat värde men det kan vara väldigt förvirrande.



Ett bra tips är att vid beräkningar i grundfönstret ha inställningen FLOAT och göra avrundningen utifrån det som visas på skärmen. Avrundningen till fixt antal decimaler kan dock vara bra när man visar beräkningsresultat i andra fönster. Det gäller t.ex. värden som visas när man arbetar med grafer och när man gör beräkningar med datalistor i statistikdelen.

Tips!

För att träna på *avrundning* med decimaltal så kan man t.ex. ställa in att två decimaler ska visas och sedan skriva in tal med fler decimaler än 2. Man gör sedan sin gissning innan man trycker på \downarrow .

0.4586	.46
2.3978	2.40
1.785	1.79

Avrundning till två decimaler är ofta lämpligt när man arbetar med beräkningar som handlar om pengar.

Om vi skriver in π och trycker på \downarrow så vi vi ett resultat med 10 siffror. Finns det fler?

Om vi först subtraherar med 3 (det räcker att trycka på \uparrow Å , föregående resultat infogas automatiskt) så får vi en decimal till. Se skärmbilden nedan, där vi genom ytterligare beräkningar plockat fram fler decimaler. Internt räknar räknaren med 13 decimaler.

	3.141592654
Ans-3	.1415926536
Ans-0.1	0415926536
Ans*10	.4159265359

2 Inmatning av uttryck

Ett uttryck är i detta sammanhang en sekvens eller följd av tal, t.ex. $7 * 5^2$. Det kan också vara variabler, t.ex. $2A+B$ där man tidigare lagrat talvärden i variablerna. Instruktionen "lagra talvärdet 2 i variabeln A" görs t.ex. med kommandot $\text{A} \leftarrow 2$. Se skärmbilden till höger:

2→A	2
5→B	5
2A+B	9

Det kan också vara en funktion (med tillhörande argument), t.ex. $\log(200)$.

Naturligtvis ska ett uttryck uppfylla några vissa regler för att en beräkning ska kunna ske. Gör det inte det så får man ett felmeddelande. De regler som man ska följa är nästan precis densamma som när man skriver matematik med papper och penna. Det gäller t. ex. att tänka på parenteser:

2+3*4	
(2+3)*4	14
	20

Vid beräkningar sker t.ex. multiplikation före addition och uttryck inom parenteser sker före andra beräkningar. Se skärmbilden ovan.

Om vi använder en variabel i ett uttryck tolkas t.ex. $2A$ som $2 * A$. $1/2A$ betyder då $1/2 * A$, dvs. $1/2 * 2 = 1$.

2→A	2
5→B	5
1/2A	1
■	

Tips

Skriv in följande uttryck på tavlan och be eleverna att sätta in parenteser för att åstadkomma ett visst resultat. Nedan visas några exempel

$9 \tilde{\wedge} 7 \sim 5$	Resultat: 80
$\uparrow 27 \forall 3 \uparrow 12$	Resultat: 3
$5 \tilde{\wedge} 4 \tilde{\wedge} 3 \forall 6 \sim 12$	Resultat: 19

Redigering av uttryck

Om du upptäcker att du matat in fel någonstans kan du använda knapparna } , ↑ , ~ och | för att förflytta markören till den plats där felet är. Sedan kan du rätta felet genom att helt enkelt skriva över. Precis som du gör på datorn. Du kan också ta bort det tecken där markören befinner sig genom att trycka på { . Du kan också sätta in (inpassa) ett eller flera tecken genom att trycka på y [INS]. Då blinkar tecknet bakom insättningspunkten.

Tips

Hämta tillbaka tidigare inmatningar

Om du upptäcker ett fel i inmatningen av uttrycket efter det att du tryckt på | kan du få tillbaka det inmatade uttrycket för redigering igen genom att trycka på y [ENTRY]. Du kan faktiskt, lite beronde på hur stort minnesutrymme uttrycken tar, få tillbaka ett stort antal gjorda inmatningar. Man fortsätter att bara att trycka på y [ENTRY] tills uttrycket kommer tillbaka på skärmen.

Låt oss säga att du har en elev som har matat in och summerat kroppslängderna hos en grupp på 20 elever. Nu vill eleven göra vissa korrigeringar och tillägg i detta långa uttryck.

```
158+166+170+175+
168+160+169+167+
166+168+159+174+
176+170+173+166+
159+164+169+169
```

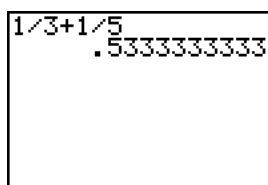

Vi trycker då på y [ENTRY] ett antal gånger och plötsligt dyker det långa uttrycket upp på skärmen igen och det är nu möjligt att med piltangenterna göra redigeringar av det långa uttrycket.

☞ Att mata in kroplängderna och göra en summering direkt i grundfönstret enligt tidigare skärmbild är *inget bra sätt* att hantera data. Här är det egentligen läge för att ta upp *listor* men det kommer vi att ta upp i ett eget kapitel.

☞ Om du trycker på fel knappar och t.ex. hamnar i en annan meny, kan du alltid komma tillbaka till grundfönstret genom att trycka på y [QUIT].

Räkna med bråk

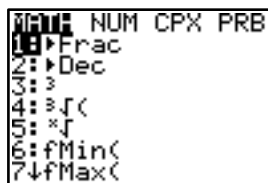
Om vi ska summera två bråk kan det se ut så här på skärmen:



```
1/3+1/5
.5333333333
```

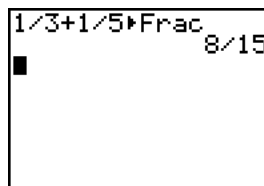
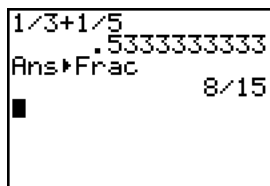
Nu finns det en funktion (► Frac) hos räknaren som omvandlar decimaltal till bråk. Räknaren kan göra denna beräkning om den finner ett enkelt bråk som stämmer överens med decimaltalet. Det finns vissa begränsningar. Du kan läsa mer i Handboken.

Kommandot ► Frac finner du i -menyn. Om du trycker på denna knapp kommer följande meny fram:



```
NUM CPX PRB
1:►Frac
2:►Dec
3:3
4:3√(
5:*√
6:fMin(
7↓fMax(
```

Tryck nu på $\frac{1}{3} + \frac{1}{5}$ eller 1 och räknaren svarar då: Ans▶ Frac, som kan tolkas på följande sätt: det sist avgivna svaret (resultatet av en beräkning), i detta fall 0.5333333333, ska nu omformas till ett bråk. Tryck på $\frac{1}{3} + \frac{1}{5}$ och nu sker beräkningen. Se bilden till vänster. Du kan slippa beräkningen av decimaltalet genom att direkt skriva som bilden till höger visar.

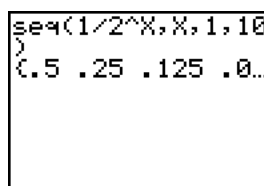
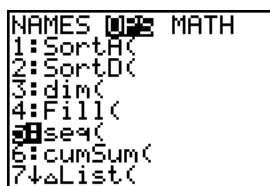


För att göra en exakt beräkning gäller det att hitta en gemensam nämnare. Man trycker då på knappen $\frac{1}{3} + \frac{1}{5}$ och går sedan med \sim ett steg och höger och trycker på NUM och sedan vandrar nedåt till alternativ 8 : 1 cm. Om man skriver $lcm(3, 5)$ blir resultatet 15. lcm står för *least common multiple* eller på svenska minsta gemensamma multipel.

Fördjupning: bråkräkning

Man kan göra en del intressanta beräkningar med funktionen för bråkräkning. Antag att vi ska summera termer i talföljden

$1/2 \ 1/4 \ 1/8 \ 1/16 \ 1/32$ osv..



Ett sätt att göra detta är att *skapa* en talföljd. Tryck på $\frac{1}{3} + \frac{1}{5}$ [LIST] och välj OPS i menyn överst. Välj sedan alternativ 5 : `seq` (. Då kopieras instruktionen till grundfönstret. Fortsätt sedan att skriva enligt skärmbilden till höger. Syntaxen är: (formel, variabel, startvärde, slutvärde). Tryck sedan på $\frac{1}{3} + \frac{1}{5}$.

Vi ser resultatet inom hakparenteser. För att se fortsättningen så trycker man upprepade gånger på högerpil (~). Bilden nedan visar den sista termen i talföljden.

```
seq(1/2^X,X,1,10)
)
...25 9.765625E-4}
```

Nu ska vi ju göra en summering av termerna i följden, och då behöver vi lägga till ännu en instruktion framför uttrycket för talföljden.

Tryck nu först på **2nd** [ENTRY] för att få tillbaka inmatningen. Sedan så ställer du markören framför uttrycket och trycker på **2nd** [INS] för att göra en inpassning.

Tryck nu på **2nd** [LIST] och välj OPS i menyn överst. Välj sedan alternativ 6 : cumSum och tryck sedan på **↓**. Instruktionen summerar term för term i talföljden. Nu får vi resultatet direkt på skärmen. Nu är det ju bråk vi håller på med så vi väljer **Ans▶Frac** och sedan **Ans▶Frac**. Se skärmen till höger.

```
cumSum(seq(1/2^X
,X,1,10))
(.5 .75 .875 .9...
Ans▶Frac
(1/2 3/4 7/8 15...
```

Vi får resultatet 1/2, 3/4, 7/8 osv. Om vi förflyttar oss med högerpilen ser vi fler termer i följden. Den 9:e termen är 511/512 och den 10:e kan inte uttryckas som ett bråk utan vi får ett närmevärde (0,99902...). Summan närmar sig 1 när antalet termer växer.

```
)
(.5 .25 .125 .0...
cumSum(seq(1/2^X
,X,1,10))
(.5 .75 .875 .9...
Ans▶Frac
.511/512 .99902...
█
```


3 Upprepade beräkningar

I detta avsnitt går vi nu igenom en jättebra funktion som vi har tittat på tidigare. Det är en funktion man kan ha stor nytta av och som hjälper dig att hålla koll på dina beräkningar, speciellt om det handlar om beräkningar i flera led.

När beräkning av ett uttryck utförs genom att du trycker på = , visas naturligtvis resultatet på skärmen men samtidigt sparas resultatet i ett speciellt register som kallas **Ans**. Efter varje beräkning uppdateras detta register så att det alltid rymmer resultatet av den sista beräkningen.

Om du t.ex. efter en utförd beräkning trycker på = så svarar räknaren

Ans+

och det du nu skriver in adderas till **Ans**. Motsvarande sker om du istället trycker på + , - eller ¥ . Om du t.ex. trycker på = , svarar räknaren **Ans²**. Om du vill använda det värde som ligger lagrat i registret **Ans** i en ny beräkning så trycker du 2nd [**ANS**].

Vi visar här ett bra exempel som kan hända om du inte använder denna funktion.

Avrunda pengar

Antag att du köper en dator vid en resa i ett EU-land. Du betalar 1145 Euro med ett betalkort. Växelkursen vid köpet var 10,84 Euro för 100 svenska kronor. Vad fick man vid växlingen betala för 1 Euro och vad kostar datorn i svenska pengar? Avrunda till hela kronor.

1 Euro kostar

$$\frac{100}{10,84} \text{ SEK} \approx 9,23 \text{ SEK}$$

Datorn kostar alltså i svenska pengar $9,23 \cdot 1145 \text{ SEK} = 10568,35 \text{ kr}$.

Vad är det för konstigt med det här? Vi gör nu beräkningen med räknaren.

```
100/10.84
9.225092251
Ans*1145
10562.73063
■
```

Som ni ser har vi *ingångsdata* och *resultatet* av beräkningarna direkt på räknarens skärm. Hur mycket 1 Euro kostar står på andra raden och sedan fortsätter vi beräkningarna med detta värde på rad 3. Resultatet av beräkningarna står sedan på rad 4. Ni ser att vi får resultatet 10563 kr (10562.73063). På grund av att vi gjorde en avrundning när vi beräknade vad 1 Euro kostar så *förstorades* sedan felet i avrundningen 1145 gånger när vi beräknade vad datorn kostade. I detta fall blev det då en skillnad på 10568 kr – 10563 kr = 5 kr. Inte mycket men i ekonomiska sammanhang kan man oftast inte göra så utan måste vara mer exakt.

Med din räknare kan man alltså direkt fortsätta beräkningarna med ett mycket noggrant *delresultat*. Man behöver alltså inte göra avrundningar utan kan fortsätta med det delresultat som ligger lagrat i räknaren.

[ANS] - en toppenknapp

Du har kanske redan märkt en sak som har att göra med kommandot `ANS`. Pröva t.ex. att stänga av och sedan på räknaren. Rensa skärmen genom att trycka på `ON/OFF`. Tryck sedan på `ANS` upprepade gånger utan att mata in något. Då utförs den sista beräkning som gjordes innan räknaren stängdes av.

```
96
96
96
96
96
```

Vad är det för konstigt med det då? Jo, denna egenskap kan utnyttjas vid upprepade beräkningar.

Ett kapital på 500 kr insätts på ett konto som ger 3 % årlig ränta. Beskriv hur kapitalet utvecklas år för år.

- 1) Vi ställer först in räknaren så att två decimaler visas
- 2) Först matar vi in 500 och trycker på $\frac{1}{\square}$.
- 3) Sedan trycker vi $\frac{1}{\square}$ 1.03 och trycker på $\frac{1}{\square}$ igen.
- 4) Vi fortsätter att trycka på $\frac{1}{\square}$.

Resultatet ser du på skärmbilden nedan:

Vad som har hänt är att instruktionen ”sist beräknade värdet multipliceras med 1,03” utförs gång på gång. Det sist beräknade värdet uppdateras varje gång vi trycker på $\frac{1}{\square}$.

500	
Ans*1.03	500.00
	515.00
	530.45
	546.36
	562.75

Efter fyra år har således kapitalet vuxit till 562,75 kr. Vi ska se på några ytterligare exempel eftersom Ans-funktionen är mycket användbar.

500 kr sätts in på ett konto i början av varje år. Räntan är 3 %. Visa hur det samlade kapitalet utvecklas.

- 1) Vi börjar med att mata in 500 och trycka på $\frac{1}{\square}$.
- 2) Sedan trycker vi $\frac{1}{\square}$ 1.03 + 500 och avslutar med $\frac{1}{\square}$.
- 3) Vi fortsätter att trycka på $\frac{1}{\square}$.

Ans*1.03+500	500
	1015
	1545
	2092
	2655
	3234

Resultatet syns på skärmbilden ovan.

Tabellen ger det samlade kapitalet i början av varje år med början efter 1 år. På samma sätt kan man göra om man t.ex. avbetalar ett lån. Prova att mata in ett skuldbelopp och tryck sedan på $\frac{1}{\square}$. Om räntan är 5 % och man betalar av 1000 kr per år, ska du sedan mata in $\frac{1}{\square}$ 1.05 $\frac{1}{\square}$ 1000. När är skulden avbetald?

4 Listor - göra flera beräkningar på en gång

I exemplet som avslutar förra kapitlet var det lite svårt att hålla reda på hur lång tid det tar att betala av skulden. Här är ett litet knep för detta. Vi inför då något som heter *listor* som är mycket användbart. Titta på skärmbilden nedan.

```
{0, 100000}
{0 100000}
```

Vi har skrivit in något mellan hakparenteser. Det som finns innanför parenteserna med ett kommatecken emellan är just en *lista*. Hakparenteserna når du genom att trycka på `⌘`. Om du t.ex. ska multiplicera talen 450, 620 resp. 845 med 1,2 så kan du göra enligt bilden till höger. Lätt som en plätt! Vi får ut resultaten av tre beräkningar på en gång. Du kan också multiplicera två listor med varandra.

```
{450, 620, 845}*1.2
{540 744 1014}
```

```
{2, 5, 7}*{6, 12, 5, 8, 6}
{12 62.5 60.2}
```

Fördjupning: listor och upprepade beräkningar

Vi går nu tillbaka till våra exempel med ränta från föregående kapitel. Vi ska nu lära oss att utnyttja listor och upprepade beräkningar på en gång. Det går framåt!

Titta på skärmbilden nedan. Vi har ställt in antalet decimaler till 0. Hela kronor alltså! Nu gör vi först en lista med ”två medlemmar”, 0 och 100 000. Det får nu betyda tiden 0 år och beloppet 100000 kr. Vi trycker på `⌘` och då får vi naturligtvis ut den lilla listan vi matade in.

Sedan skriver vi enligt skärmbilden nedan. Ans(1) är varvräknaren (startvärde 0) och Ans(2) är beloppet 100 000 kr. Det handlar alltså om en skuld på 100 000 kr som ska avbetalas med 7 % ränta och man gör en avbetalning med 10 000 kr per år.

```
(0,100000)
(0 100000)
(Ans(1)+1,Ans(2)
*1.07-10000)
(1 97000)
(2 93790)
```

Utifrån vår ursprungliga lista {0, 100000} har vi lagt till 1 till det första elementet i listan. Detta är vårt *räkneverk*. Vi har multiplicerat det andra elementet med 1.07 och dragit ifrån 10000. Sedan har vi tryckt på \downarrow . Då får vi fram den återstående skulden efter 1 år. Om vi trycker på \downarrow en gång till så får vi den återstående skulden efter två år osv. Om vi fortsätter att trycka på \downarrow så ser vi skulden för de efterkommande åren. Efter 17 år har vi nästan betalat tillbaka allt. Se skärmbilden nedan.

```
(12 46335)
(13 39578)
(14 32349)
(15 24613)
(16 16336)
(17 7479)
(18 -1997)
```

Tips!

Du kan också få en *varvräknare* genom en enskild instruktion utan att använda funktionen Ans. Man låter varvräknaren starta på 0 och ökar sedan värdet med 1 för varje ny beräkning. I skärmbilden till höger har vi skapat en lista med kvadrater på talen 1, 2, 3 ...

```
0→N
N+1→N:(N,N²)
(1 1)
(2 4)
(3 9)
(4 16)
```

Du kommer kanske ihåg exemplet på sid 11 där vi skulle addera bråken

$\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{8}$... osv. Med varvräknaren kan vi nu lätt få en lista med dessa bråk. Formeln $1/2^X$ ger oss dessa bråk.

```
0→X
X+1→X: (X, 1/2^X)
Frac
(1 1/2)
(2 1/4)
(3 1/8)
```

Spara listor och lite inledning till statistik

I ett tidigare avsnitt om redigering av uttryck så förekom denna långa summering av ett antal data.

```
158+166+170+175+
168+160+169+167+
166+168+159+174+
176+170+173+166+
159+164+169+169■
```

När man ska spara en lista så använder man knappen \bar{I} . Detta visade vi tidigare vid inmatning av uttryck som innehåller variabler, t.ex. $A + B$.

```
2→A
5→B
2A+B
9
```

Istället för att addera talen bör man skriva in sina data i en lista istället. Då har man betydligt större möjligheter att hantera sin data.

```
(158,166,170,175
,168,160,169,167
,166,168,159,174
,176,170,173,166
,159,164,169,169
→LANGD■
```

Om man trycker på \bar{I} så sparas listan i räknarens minne och kan alltså plockas upp igen när som helst.

Nu kan vi enkelt göra en del beräkningar på dessa tjugo mått. Rensa skärmen och tryck sedan på **[2nd]** **[LIST]**. Då får man upp följande fönster:

```
NAMES OPS MATH
1:FYR1
2:FYR2
3:LANGD
4:X
```

Längst upp finns menyn för hantering av listor och i skärmbilden är NAMES markerad och där finns de listor som är sparade. Vi ser att listan LANGD finns med. Vi går nu till nästa rad i menyn genom att trycka på **~**.

```
NAMES OPS MATH
1:SortA(
2:SortD(
3:dim(
4:Fill(
5:seq(
6:cumSum(
7↓List(
```

I denna meny finns ett antal verktyg för hantering och skapande av listor. SortA t.ex. betyder sortering av listan i stigande ordning. Vi återkommer till detta i statistikkapitlet. Vi går till nästa meny, MATH.

```
NAMES OPS MATH
1:min(
2:max(
3:mean(
4:median(
5:sum(
6:Prod(
7↓stdDev(
```

Här finns ett stort antal verktyg för olika beräkningar på data. Tryck på **Å** eller flytta dig till 3: och tryck på **↓**. Då inkopieras mean(till grundfönstret och nu kan du trycka på **[2nd]** **[LIST]** igen.

```
mean( L1:LANGD
167
```

Flytta dig ner till namnet LANGD och trycker på **↓** eller tryck bara på **Å**, så inkopieras listnamnet till grundfönstret på markörens plats. Lägga märke till att ett Litet L läggs till framför listnamnet! Medelvärde för data i listan beräknas. Vi har här ställt in antalet decimaler till 0.

Man kan även *redigera* sina listor i grundfönstret genom att trycka på **y** **[RCL]**, infoga listnamnet med **y** **[LIST]** och sedan trycka på **↓**.

```
Rcl L1:LANGD
```

Då kommer listan upp på skärmen och kan redigeras. Man får då naturligtvis tänka på att spara om den om man vill ha den kvar i uppdaterat skick.

Tryck nu på knappen Då kommer du till huvudmenyn för statistik. Markören står på `EDIT`. Bekräfta med `↓`. Nu kommer editorn för inmatning av data fram. Där finns ett antal kolumner (L1 till L6).

Editorn påminner mycket om kalkylarket i kalkylprogram. Inmatningen av data sker längst ner på skärmen. När du har skrivit in data för en cell (t.ex. L1 (1)) trycker du på `↓`. Markören hoppar då till nästa rad.

L1	L2	L3	1
████	-----	-----	
L1(1)=			

Listan `LANGD` är ju sparad och nu ska vi infoga denna lista i editorn för statistik. Ställ dig nu högst upp i kolumnhuvudet i lista L1 och tryck på `2nd` [INS]. Då får man tillfälle att infoga sin sparade lista. Man trycker då igen på `2nd` [LIST] och väljer sedan sin lista. Lätt som en plätt!

████	L1	L2	1
	-----	-----	
Name=			

LANGD	L1	L2	1
158			
166			
170			
175			
168			
160			
169			
LANGD = {158, 166, 1...			

Nu får vi data i en lista till vänster om L1. Listorna L1 till och med L6 finns normalt alltid med i editorn.

Tryck nu på ... igen och välj alternativet `CALC` (beräkningar) i menyn. Trycka på `↓` eller `↓` för att bekräfta valet av `1-Var Stats`. Då kopieras `1-Var Stats` till grundfönstret och nu får man, precis som tidigare, infoga listnamnet.

EDIT	TESTS
1: 1-Var Stats	
2: 2-Var Stats	
3: Med-Med	
4: LinReg(ax+b)	
5: QuadReg	
6: CubicReg	
7: QuartReg	

1-Var Stats	LANGD
GD	

Man trycker alltså på $\boxed{2nd}$ [LIST] igen.

Nu får man en lista med olika statistiska mått:

```

1-Var Stats
x=167
Σx=3346
Σx²=560316
Sx=5
σx=5
n=20

1-Var Stats
fn=20
minX=158
Q1=165
Med=168
Q3=170
maxX=176
    
```

Utifrån en lista kan man skapa nya listor genom en *formel*. Det kan göras utifrån statistikeditorn eller direkt från grundfönstret. Formeln ovan ger ju avvikelser från medelvärdet för varje värde. Nu kan vi infoga denna lista i editorn.

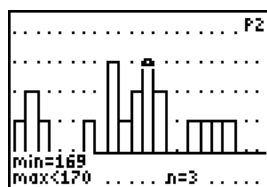
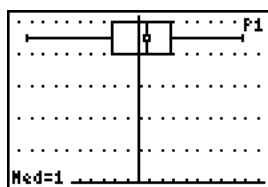
```

LLANGD-mean(LLANGD)+AVVIK
(-9 -1 3 8 1 -7...
    
```

LANGD	AVVIK	L1	2
158	-9		
166	-1		
170	3		
175	8		
168	1		
160	-7		
169	2		

AVVIK(D) = -9.3

Utan att gå in på i detalj hur man ritar diagram utifrån listorna LANGD och AVVIK visar vi här två diagram som vi kan rita direkt utifrån listorna. Att rita diagram handlar rätt mycket om skalor på axlar, så vi tar därför upp koordinatsystem i ett eget kapitel. På räknaren finns ett mycket stort antal inställningar för diagramritning.



Att ta bort listor och hur man redigerar i listor

☞ Så länge du inte ändrar i listan så sparas den i sitt ursprungliga skick i räknaren. Om du sedan går in i listan och gör ändringar så uppdateras också listan LANGD. Man får alltså tänka på att kanske spara listan med olika namn.

☞ Om vi nu har vår lista LANGD i editorn och flyttar markören till kolumnhuvudet och sedan trycker på `{` så försvinner listan från skärmen men den *finns kvar* i räknaren.

MANAD	L1	L2	1
158	-----	-----	
166			
170			
175			
168			
160			
169			
LANGD = {158, 166, 1...			

L1	L2	L3	1
-----	-----	-----	
L1 =			

Om du däremot trycker på `'` i kolumnhuvudet så försvinner alla data i listan men du får som resultat en tom lista med namnet LANGD. Att tömma en lista med `'` är alltså inte att rekommendera om du absolut inte vill ta bort den definitivt.

Om du trycker på `y` [MEM] och går till DELETE kan du ta bort sparade listor, program mm. Gå till `4:List` och tryck på `↓`.

DELETE FROM...	
1:	All...
2:	Real...
3:	Complex...
4:	List...
5:	Matrix...
6:	Y-Vars...
7:	Prgrm...

DELETE:List	
AVVIK	13
LANGD	13
MANAD	121
RESID	283
TEMP1	13
TEMPA	13
TEMPB	13

Där finns fortfarande listan LANGD kvar men den är faktiskt tom så den kan man ta bort genom att trycka på `↓` när markören är placerad vid listan. Man ser att många listor är tomma eftersom deras filstorlek bara är 13 byte.

Om vi befinner oss med markören i en lista kan vi ta bort data genom att trycka på { . Om man vill inpassa data i en lista så trycker man på y [INS] när markören är på raden under den rad man vill inpassa.

Låt oss säga att vi har skrivit en lista enligt nedan och har glömt att skriva in talet 6 i listan. Då trycker vi på y [INS]. Då placeras talet 0 i listan och vi kan skriva in 6 i inmatningsfältet.

L1	L2	L3	1
1	-----	-----	
2			
3			
4			
5			
6			
L1(6)=7			

L1	L2	L3	1
1	-----	-----	
2			
3			
4			
5			
6			
L1(6)=0			

L1	L2	L3	1
1	-----	-----	
2			
3			
4			
5			
6			
L1(7)=7			

Om du vill flytta en lista till en annan plats och ge den ett namn så är det lämpligt att först skapa en ny lista, t.ex. till höger om listan L1. Vi har i bilden nedan skapat en lista TAL, som än så länge är tom.

L1	TAL	L2	2
1	-----	-----	
2			
3			
4			
5			
TAL(1) =			

Nu placerar vi markören i huvudet på listan L1 och skriver in TAL=L1 i inmatningsfältet.

L1	TAL	L2	2
1	-----	-----	
2			
3			
4			
5			
TAL = L 1			

Sedan trycker vi på Í och lista kopieras in i listan TAL. Vi kan sedan ta bort data i L1 om vi vill.

L1	TAL	L2	2
1	1	-----	
2			
3			
4			
5			
TAL(1) = 1			

Smarta tips med listor

LÅNGD	AVVIK	L1	Σ
158	-9		-----
166	-1		
170	3		
175	8		
168	1		
160	-7		
169	2		
AVVIK()=-9.3			



Listorna ovan jobbade vi med tidigare i kapitlet. Låt os säga att vi upptäcker ett fel i våra data i listan `Långd` och vill ändra i den. Låt oss ta ett belysande exempel:

Personen med längden 158 cm ska inte vara med längre och ska ersättas av en basketspelare med längden 210 cm! Vi går då in och ändrar 158 till 210 genom att skriva över. Det är ju lätt.

LÅNGD	AVVIK	L1	1
210	-9		-----
166	-1		
170	3		
175	8		
168	1		
160	-7		
169	2		
LÅNGD()=210			

Nu ser vi att listan `AVVIK` inte ändras. Den ska ju visa avvikelserna från hela gruppens medelvärde och det kan ju inte stämma att medelvärdet är $210 + 9$ som den första raden visar. Nu finns det bot för detta. Man gör så här:

Gå in i kolumnhuvudet och skriv om formeln så här:

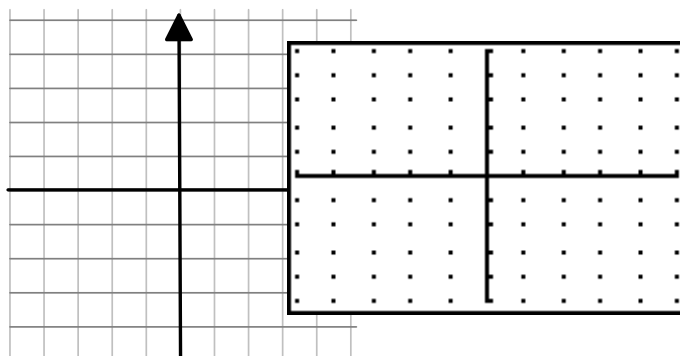
`AVVIK="L1Långd-mean(L1Långd)"`

De små `L`:en läggs till automatiskt. Det är nästan precis som du gjorde förut men du ska nu lägga till citationstecken omkring formeln. De når du genom att trycka `f` Å . Tryck sedan på `|` .

Nu uppdateras listan med avvikelser på alla rader. En liten blupp läggs till i kolumnhuvudet. Tufft! Prova att ändra i listan med längder och se hur det påverkar avvikelselistan. Detta är precis som kalkylprogram, t.ex. Excel, fungerar. Tänk om vi hade en motsvarande lista med förmögenheterna hos ett antal busspassagerare och en student steg av och Bill Gates steg på. Prata om avvikelser!

LÅNGD	AVVIK	L1	Σ
210	-4		-----
166	-4		
170	0		
175	5		
168	-2		
160	-10		
169	-1		
AVVIK()=40.1			

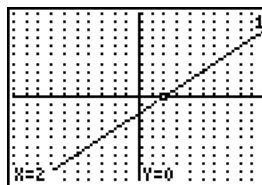
5 Koordinatsystem



Ovan visas ett koordinatsystem från ett pappersblock och som det ser ut på räknaren när den är inställd i standardformat. En skillnad mellan de två koordinatsystemen är att det första är ett kvadratisk rutnät (en enhet på x -axeln är lika lång som en enhet på y -axeln) medan räknarens är ett annat.

Hur räknaren hanterar koordinatsystem

Standardinställningen för räknarens graffönster är från -10 till 10 både i x - och y -led. I fönstret nedan har vi ritat funktionen $y = 2x - 1$. Med räknarens funktion r kan man ”spåra” i en ritad graf och i fönstrets nederkant se x - och y -koordinaten för funktionen. I bilden nedan har vi med den s.k. TRACE-funktionen spårat i linjen och ”stannat till” vid $x = 2$.



I graffönstret är avståndet från en bildpunkt till nästa

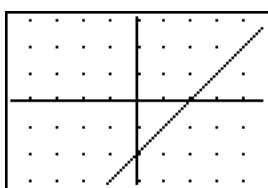
$$\text{i } x\text{-led: } \Delta x = \frac{x_{\max} - x_{\min}}{94} \quad \text{i } y\text{-led: } \Delta y = \frac{y_{\max} - y_{\min}}{62}$$

I standardfönstret, som i x -led går från -10 till 10 , blir då avståndet mellan intilliggande punkter $20/94 \approx 0,2127\dots$

Om vi t.ex. ställer in fönstret $X_{\min} = -4,7$, $X_{\max} = 4,7$ blir avståndet från en pixel till nästa $0,1$. På räknaren kan du trycka på \square och sedan ZDecimal för att ställa in fönstret så att avståndet från en pixel till nästa blir $0,1$ både i x - och y -led.

Genom att mata in ett värde på x när räknaren befinner sig i ”trace-läge”, får vi direkt längst ner på skärmen x - och y -värden utskrivna. Samtidigt ställer sig markören vid denna punkt på linjen eller kurvan.

På detta sätt kan vi alltså beräkna funktionsvärden. I *standardinställningen* är en längdenhet på x -axeln alltså *inte* lika lång som en längdenhet på y -axeln. I matteböcker är ju rutnätet oftast kvadratisk och en längdenhet är ofta lika långt på båda axlarna. Då ser det ut som på skärmen nedan.

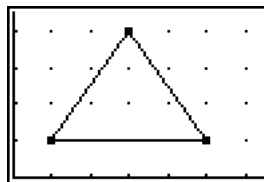


Bilden ovan visar funktionen $y = x - 2$ i ett kvadratisk rutnät. Den verkar luta 45° mot x -axeln som den ska göra i ett kvadratisk rutnät.

Tips!

Använda räknaren för träning på koordinatsystem

Titta på bilden av triangeln. Med räknaren inställd med $X_{\min} = 0$, $X_{\max} = 6,5$ och $Y_{\min} = 0$, $Y_{\max} = 4,5$ kan man rita denna likbenta triangel på flera sätt.



Man kan t.ex. använda räknarens ritverktyg genom att trycka på **2nd** [DRAW].

Här kan man rita räta linjer som startar resp. slutar i bestämda koordinater. Det finns också ett frihandsverktyg och man kan rita cirklar mm. För att få bra träning på koordinatsystem så kan man använda räknarens statistikeditor för att mata in koordinater.

För att åstadkomma triangeln så ska man nu mata in två listor enligt nedan. I fönstret visas 4 koordinater. Varför måste man nu ha 4 koordinater och inte 3?

L1	L2	L3	Z
1	1	---	
2	4		
3	1		
---	---		
L2(1)=1			

Tryck nu på **2nd** [STAT PLOT]. Du får du upp följande meny:

```

STAT PLOTS
1:Plot1...Off
  L1 L2
2:Plot2...Off
  L1 1
3:Plot3...Off
  L1 1
4:PlotsOff
  
```

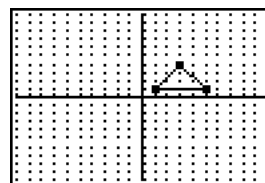
```

Plot1 Plot2 Plot3
\Y1=
\Y2=
\Y3=
\Y4=
\Y5=
\Y6=
\Y7=
  
```

Vi ska använda Plot 1 så de andra måste då vara inställda på Off. Man måste också se till att fönstret för inmatning av funktioner är avstängt eller tomt. Tryck sedan på **Å** eller bekräfta med **Í**. Då kommer följande meny upp:

```

Plot1 Plot2 Plot3
Off
Type: L1 L2 L3
Xlist:L1
Ylist:L2
Mark: +
  
```

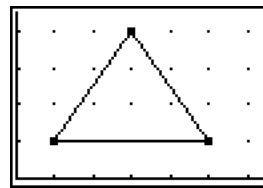


Nu har vi gjort våra inställningar och kan trycka på **S**. Kanske ser då fönstret ut som den högra bilden ovan.

För att få ett bra fönster ska vi då ändra inställningarna. Tryck på \square och gör inställningen enligt nedan. Tryck nu på \square .

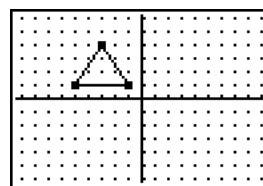
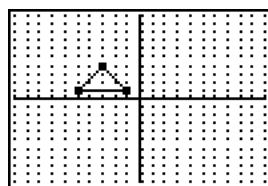
```

WINDOW
Xmin=0
Xmax=6.5
Xscl=1
Ymin=0
Ymax=4.5
Yscl=1
Xres=1
    
```



Gå nu tillbaka till editorn och i kolumnhuvudet för x -axelns koordinater (L1) skriver du in formeln $-L1$ och trycker sedan på \square . Tänk på att använda \square - tangenten. Om vi tittar på grafen igen (vänstra bilden nedan) blir det så här i standardfönstret (\square Standard):

L1	L2	L3	1
1	1	---	
1	1	---	
1	1	---	
L1 = -L1			



Bilden bli alltså en *spegling* av den första bilden i y -axeln. Låt eleverna träna på koordinatsystemet genom att ge dem uppgifter att rita olika geometriska figurer. Man då också jämföra hur figuren ser ut med olika skalning på x - och y -axel. I den högra figuren ovan så är 1 längdenhet lika lång på x - resp. y -axeln och då får triangeln en riktig form.

Bilden till höger är en fyrhörning. Det prickade rutnätet, som ställes in under y [FORMAT], ger ett bra stöd för koordinaterna. Vad är fyrhörningens area och hur speglar man bilden i x -axeln.



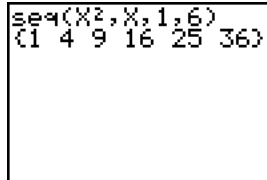
6 Arbeta med formler

Formler med heltal

I ett tidigare kapitel skapade vi *talföljder* via en formel. Man trycker då på $\boxed{2nd}$ [LIST] och välj OPS i menyn överst. Välj sedan alternativ 5: seq(. Då kopieras instruktionen till grundfönstret. Man fortsätter sedan att skriva enligt syntaxen: (formel, variabel, startvärde, slutvärde). Om vi t.ex. skriver

$$\text{Seq}(X^2, X, 1, 6)$$

och trycker på $\boxed{=}$ så blir resultatet enligt skärmbilden nedan. Formeln här är ”svar = X^2 där X är heltal ≥ 1 ”.



```
seq(X^2,X,1,6)
(1 4 9 16 25 36)
```

Det finns ett annat sätt att göra detta på och då man kan också få en grafisk representation av sin formel. Vi kommer i detta första avsnitt om formler att ta upp sådana formler där den oberoende variabeln är ett positivt heltal. I nästa kapitel kommer vi in på funktioner.

Tryck på \boxed{Z} . På fjärde raden, som handlar om inställningar vid grafitrning, ställer du in läget SEQ. SEQ står för det engelska ordet *sequence*, som betyder sekvens eller i matematiksammanhang *talföljd*.



```
SCI ENG
FLOAT 0123456789
RADIAN DEGREE
FUNC PAR POL SEQ
CONNECTED DOT
SEQUENTIAL SIMUL
REAL a+bi P<sup>0</sup>
FULL HORIZ G-T
SET CLOCK 01/01/08 20:17
```

Vi tar först ett enkelt exempel på talföljd. Vi utgår från en första term 1 och multiplicerar sedan med 2 för att få nästa term. Vi upprepar detta för de efterföljande termerna. Vi får då talföljden 1, 2, 4, 8, 16 osv.

En formel i funktionsform kan vara $y = 2^x/2$ eller $y = 2^{x-1}$ ($x = 1, 2, \dots$), som kallas en exponentialfunktion. Vi ska nu visa ett annat sätt där vi utnyttja upprepade beräkningar.

Tryck nu på knappen \square . Nu ska vi skriva in en formel för vår upprepade beräkning. Vi startar vårt

räkneverk vid 1 genom att skriva $nMIN=1$.

Gå sedan till nästa rad och skriv in enligt

skärmbilden. u när du genom att trycka

$y \rightarrow$. Det står ju ett litet u i gul stil

ovanför knappen med siffran 7. n när du

genom att trycka på knappen \square . Den knappen används mycket när vi kommer att arbeta med funktioner och grafer.

```

Plot1 Plot2 Plot3
nMin=1
u(n)u(n-1)*2
u(nMin)u(1)
u(n)=
u(nMin)=
u(n)=
u(nMin)=
    
```

Det vi skrivit in på andra raden betyder att vi ska multiplicera med 2 för att få nästa term. På tredje raden skriver vi in startvärdet, dvs. 1. Vi har här en formel i s.k. *rekursiv* form. Vi får nästa term genom att utgå från den föregående.

n	u(n)
1	1
2	2
3	4
4	8
5	16
6	32
7	64

n=1

Nu trycker vi på y [TABLE]. Då dyker en tabell upp på skärmen. Den visar de första termerna i talföljden.

Om du inte får denna tabell kan det bero

på att du har en annan tabellinställning.

Tryck då på y [TBLSET] och ställ in

TblStart=1 och $\Delta TBL=1$.

Vi kan också skriva formeln på explicit sätt. Titta på inmatningsfönstret till höger.

```

Plot1 Plot2 Plot3
nMin=1
u(n)u(n-1)*2
u(nMin)u(1)
u(n)2^(n)/2
u(nMin)u(1)
u(n)=
u(nMin)=
    
```

Talföljden 1, 2, 4, 8 osv kan man alltså få direkt med formeln $v(n) = 2^n/2$. Om vi trycker på y [TABLE] får vi följande resultat:

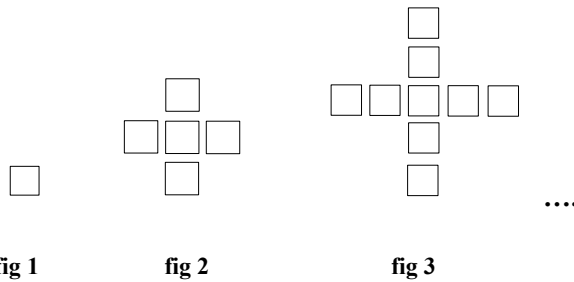
n	u(n)	v(n)
1	1	1
2	2	2
3	4	4
4	8	8
5	16	16
6	32	32
7	64	64

n=1

Se mönster

I många fall saknar andra tal än positiva heltal mening. Här kommer ett sådant problem:

Figureorna visar ett mönster med ett antal kvadrater. Hur många kvadrater är det i figur nr 10? Teckna en formel som visar antalet kvadrater i figur nr n .



Detta är kanske inte alldeles enkelt. Vi kan ju naturligtvis räkna oss fram figur för figur eller också kan vi tänka så här: I figurerna så ökas antalet med 4 varje gång. Från figur 2 till figur 10 är det 9 steg. Alltså blir det $1 + 9 \cdot 4 = 37$.

Ett annat enkelt sätt att göra detta på är att först mata in {1,1} och trycka på \downarrow . Därefter knappar man in enligt enligt skärmbilden och trycker på \downarrow igen. Sedan upprepar man det genom att trycka på \downarrow igen och igen. Varje rad ger figurnummer och antal kvadrater i figuren.

```
{1, 1}
      {1 1}
{Ans(1)+1, Ans(2)
+4}
      {2 5}
      {3 9}
      {4 13}
```

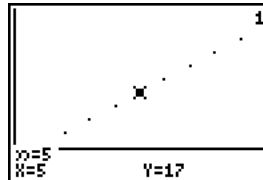
Så här ser det ut om vi går in i inmatningsmenyn för talföljder:

```

Plot1 Plot2 Plot3
nMin=1
u(n)=u(n-1)+4
u(nMin)=1
v(n)=
v(nMin)=
w(n)=
w(nMin)=
    
```

Vi kan nu rita ett diagram eller få en tabell:

n	u(n)
1	1
2	5
3	9
4	13
5	17
6	21
7	25



Hur ska man nu hitta en formel som *direkt* ger antalet kvadrater i figur nr n ? Om vi räknar från figur 2 till figur 10 är det 9 steg. Alltså blir antalet kvadrater i figur 10: $1 + 9 \cdot 4 = 37$. Om vi räknar från figur 2 till figur n är det: $1 + (n - 1) \cdot 4$.

Vår formel blir då alltså $u(n) = 1 + (n - 1) \cdot 4$

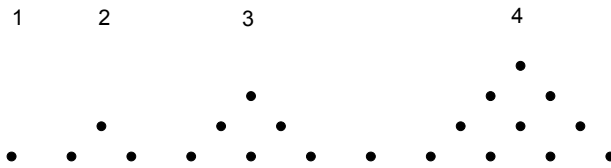
Uttrycket kan vi nu förenkla:

$$u(n) = 1 + (n - 1) \cdot 4 = 1 + n \cdot 4 - 4 = n \cdot 4 - 3 = 4n - 3$$

Vi matar även in denna formel under $v(n)$. Resultatet syns i tabellen:

n	u(n)	v(n)
1	1	1
2	5	5
3	9	9
4	13	13
5	17	17
6	21	21
7	25	25

Fördjupning: triangeltal och linjer i månhörningar



Titta på triangelmönstren ovan, där vi visar de första fyra stegen.
Antag att vi vill veta hur många prickar det är i figur nr 10?

Om vi tittar på figur nr 3 t.ex. så ser vi att antalet prickar där är antalet prickar i föregående figur, dvs. figur nr 2, plus det antal prickar som figurnumret anger (3 st). Samma sak gäller om vi går till figur nummer 4. Antalet prickar där är antalet prickar i figur nr 3 plus 4 st till eftersom det är figur nr 4 ($u(4) = u(3) + 4$). Vi har alltså funnit ett mönster och kan skriva in en rekursiv formel. Se inmatningsmenyn nedan.

```

Plot1 Plot2 Plot3
nMin=1
u(n)=u(n-1)+n
u(nMin)=1
u(n)=
u(nMin)=
u(n)=
u(nMin)=
    
```

Trycker vi nu på y [TABLE] så får vi direkt antalet prickar i de första 7 triangeltalen. Bläddrar vi oss ner så ser vi att antalet prickar i figur nr 10 är 55 st.

n	u(n)
1	1
2	3
3	6
4	10
5	15
6	21
7	28

n=7

n	u(n)
8	36
9	45
10	55
11	66
12	78
13	91
14	105

n=10

Summan av de tio första triangeltalen kan skrivas

$$1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 + 10 = 55$$

Man kan visa att en formel för antalet prickar $u(n)$ i figur n är

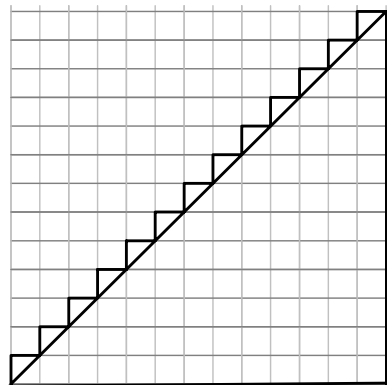
$$u(n) = \frac{n(n+1)}{2}$$

Om vi matar in denna formel direkt istället i inmatningsfönstret får vi samma resultat som när vi skrev formeln i rekursiv form.

```

Plot1 Plot2 Plot3
nMin=1
u(n)=n(n+1)/2
u(nMin)=1
u(n)=
u(nMin)=
u(n)=
u(nMin)=
    
```

n	u(n)
1	1
2	3
3	6
4	10
5	15
6	21
7	28
8	36
9	45
10	55
11	66
12	78
13	91



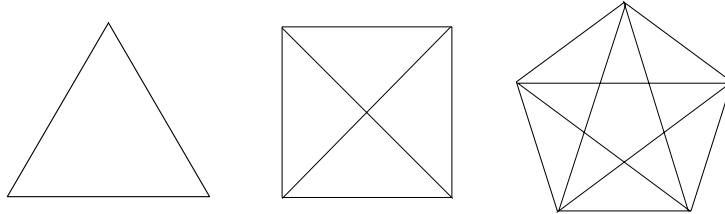
Titta på figuren ovan, som är en $n \times n$ -kvadrat där $n = 13$. Summan av alla ”block” i trappan är halva kvadraten + n st halva kvadrater (trappstegen). Formeln blir då

$$\frac{n^2}{2} + \frac{n}{2} = \frac{n^2 + n}{2} = \frac{n(n+1)}{2}$$

Antalet block i trappan ovan är då

$$\frac{13^2}{2} + \frac{13}{2} = \frac{13^2 + 13}{2} = 91$$

Ett annat problem av liknande karaktär är: hur många linjer kan man dra mellan de punkter som utgör hörn i månghörningar? Bilden nedan visar en triangel, en fyrhörning och en femhörning. Här kan vi räkna till 3, 6 resp. 10 st linjer.



Det rekursiva uttrycket i räknaren blir

$$u(n) = u(n-1) + (n-1)$$

Ett annat sätt att tänka är så här:

I en n -hörning finns det från varje hörn $(n-1)$ förbindelser till andra hörn och två hörn delar på en linje. På formelspråk blir då detta

$$\frac{n \cdot (n-1)}{2}$$

```

Plot1 Plot2 Plot3
nMin=3
:u(n)=u(n-1)+n-1

u(nMin)=3
:u(n)=n(n-1)/2
v(nMin)=3
:w(n)=
    
```

n	u(n)	v(n)
3	3	3
4	6	6
5	10	10
6	15	15
7	21	21
8	28	28
9	36	36
10	45	45
11	55	55
12	66	66
13	78	78
14	91	91
15	105	105
16	120	120
17	136	136
18	153	153
19	171	171
20	190	190
21	210	210
22	231	231
23	253	253
24	276	276
25	300	300
26	325	325
27	351	351
28	378	378
29	406	406
30	435	435
31	465	465
32	496	496
33	528	528
34	561	561
35	595	595
36	630	630
37	666	666
38	703	703
39	741	741
40	780	780
41	820	820
42	861	861
43	903	903
44	946	946
45	990	990
46	1035	1035
47	1081	1081
48	1128	1128
49	1176	1176
50	1225	1225
51	1275	1275
52	1326	1326
53	1378	1378
54	1431	1431
55	1485	1485
56	1540	1540
57	1596	1596
58	1653	1653
59	1711	1711
60	1770	1770
61	1830	1830
62	1891	1891
63	1953	1953
64	2016	2016
65	2080	2080
66	2145	2145
67	2211	2211
68	2278	2278
69	2346	2346
70	2415	2415
71	2485	2485
72	2556	2556
73	2628	2628
74	2701	2701
75	2775	2775
76	2850	2850
77	2926	2926
78	3003	3003
79	3081	3081
80	3160	3160
81	3240	3240
82	3321	3321
83	3403	3403
84	3486	3486
85	3570	3570
86	3655	3655
87	3741	3741
88	3828	3828
89	3916	3916
90	4005	4005
91	4095	4095
92	4186	4186
93	4278	4278
94	4371	4371
95	4465	4465
96	4560	4560
97	4656	4656
98	4753	4753
99	4851	4851
100	4950	4950

En annan händelse som passar till formeln ovan är

”Vi låter varje hörn motsvara en person och vi ska räkna ut hur många handskakningar det blir om alla hälsar på varandra”.

Det finns faktiskt ett tredje sätt att beräkna antalet hörn i en månghörning. Man skulle kunna formulera problemet så här:

På hur många sätt kan man plocka ut 2 hörn bland n hörn?

Att formulera problemet så här tillhör en del av matematiken som kallas *kombinatorik*. På räknaren finns ett antal beräkningsfunktioner inom dessa områden.

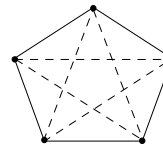
Ställ först markören på raden $u(n)$ i inmatningsfältet. Tryck sedan på knappen " " för att mata in n . Tryck sedan på knappen " " och gå sedan till PRB i menyn längst upp. Tryck sedan på 3 följt av 2. Så här ser det då ut i fönstret:

```
Plot1 Plot2 Plot3
nMin=3
u(n) n nCr 2
u(nMin) C3
u(n)=
u(nMin)=
w(n)=
w(nMin)=
```

Vi får samma tabell som förut.

Även om denna del av matematiken tas upp först på senare kurser i gymnasiet så finns det mycket kul matematik man kan göra med räknarens inbyggda funktioner inom kombinatorik.

Ett problem för eleverna: hitta en formel för hur många *diagonaler* (de streckade linjerna) det finns i en n -hörning?



Fördjupning: Vilken knapp ersätter programmet?

Detta program ersätter faktiskt den funktion som en viss knapp på räknaren har. Programmet fungerar så att man matar in ett tal och sedan trycker man upprepade gånger på " " tills det tal man får som resultat stabiliserar sig. Man kan trycka på " " max 10 gånger.

```
PROGRAM:KNAPP
:Prompt S
:1→R
:For(C,1,10)
: (R+S/R)/2→R
:Disp R
:Pause
:End
```

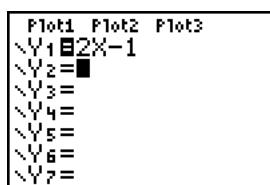
7 Funktioner och grafitning

I detta kapitel är huvudsyftet att du på olika sätt ska bli bekant med hur man arbetar med funktioner. Här tar vi upp en del om hur räknaren hanterar funktioner i allmänhet och blir ibland ganska tekniska.

Se först till att räknaren är inställd på att rita grafer av funktioner. På rad 4 ska inställningen vara FUNC. Genom att trycka \square får du fram en editor för inmatning av funktioner. I editorn kan du flytta markören åt olika håll med knapparna \leftarrow , \rightarrow , \sim och $|$. Om det finns någon funktion du vill ta bort ställer du markören på den rad där funktionen ska bort, därefter trycker du på \square .

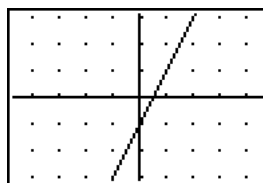
Om editorn och koordinatsystemet

För att mata in variabeln x i dina funktioner tycker du på \square . Så här skriver vi in funktionen $y = 2x - 1$ på första raden vid Y1.



Standardinställningen för räknarens graffönster är från -10 till 10 både i x - och y -led. Vi gick igenom detta i kapitel om koordinatsystem. Titta gärna tillbaka dit om du är osäker om hur alla inställningar fungerar.

Bilden här visar funktionen $y = 2x - 1$ i ett kvadratisk rutnät. Vi har då via \square ställt in `ZDecimal`. Genom att trycka på \square så kan man stega sig fram längs linjen.

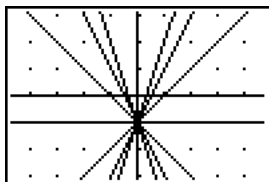


Hoppet med inställningen ZDecimal är 0,1. Vi kan också direkt skriva in x -värdet och trycka på $\boxed{\text{ENTER}}$.

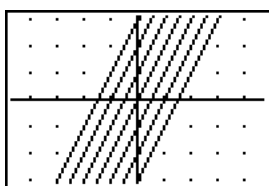
Med hjälp av en *lista* kan vi också rita en skara av linjer. Om vi matar in

$$Y1=\{-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3\} * X - 1$$

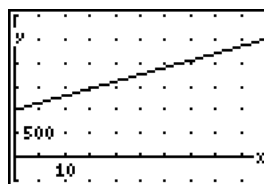
får vi 7 st olika linjer med olika lutning men som alla skär y -axeln vid -1 .



$Y1=2X+\{-3, -2, 0, -1, 1, 2, 3\}$ ger följande skärmbild



Den vanligaste tillämpningen på linjära funktioner brukar vara av typen ”fast kostnad + rörlig styckkostnad”, t.ex $y = 1000 + 30x$, där 1000 t.ex. kan betyda en fast kostnad på 1000 kr och en rörlig kostnaden på 30 kr styck.



Här har vi lagt in axelgradering med text (Görs med $\boxed{2\text{nd}} \boxed{\text{DRAW}}$). Rutnätet har en gradering som ställs in under fönsterinställningen med Xscl i p

```

WINDOW
Xmin=0
Xmax=50
Xscl=5
Ymin=-500
Ymax=3000
Yscl=500
Xres=1
    
```

Tips

Om man ställer in i tabelleditorn enligt nedan så kan två elever tävla mot varandra att gissa vilken funktion som är inmatad.

Man trycker då först på $\boxed{2\text{nd}}$ [TBLSET] och ställer sedan in följande:

```
TABLE SETUP
TblStart=
 $\Delta$ Tbl=1
Indent: Auto
Depend: Ask
```

Indpnt, som står för independent, är den oberoende variabeln, dvs. x , och Depend är den beroende variabeln y .

Vi ställer sedan in tabellstart, och att variabelernas värden inte ska visas. x -värdet får man mata in och då visas y -värdet.

Om man nu trycker på $\boxed{2\text{nd}}$ [TABLE] så är fönstret tomt.

Nu kan en av eleverna mata in ett x -värde, t.ex. 1. Då visas y -värdet. En eller ett par värden till matas kanske in innan eleven vågar sig på en gissning.

X	Y1	

X=

X	Y1	
1	1030	
2	1060	
10	1300	

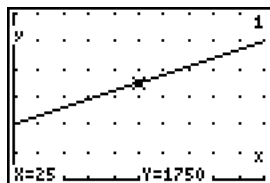
X=

Vill man sedan vill se "svaret" så flyttar man markören till tabellhuvudet för Y1. Funktionen syns längst ner under tabellen.

X	Y1	
1	1030	
2	1060	
10	1300	

Y1=1000+30X

Man kan naturligtvis göra samma sak genom att trycka på \rightarrow när grafen syns på skärmen och sedan flytta markören till olika ställen. Observera att om man skriver in ett x -värde så flyttas markören dit. Fördelen med en tabell är att man ser alla tabelldata på samma skärm.



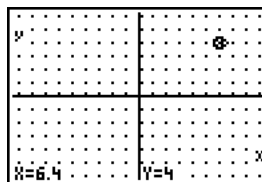
Fördjupning: Gissa grafen

Töm först alla funktioner i listan O . Ev. kan man avmarkera funktionerna genom att placera markören ovanför likhetstecknet och trycka på \rightarrow . Ställ sedan in graffönstret enligt nedan:

```

WINDOW
Xmin=0
Xmax=9.4
Xscl=1
Ymin=0
Ymax=6.2
Yscl=1
Xres=1
    
```

Se till att rutnätet är påkopplat (ställs i under 2nd [FORMAT]). Tryck sedan på S . Med räknarens ritverktyg, som man når genom att trycka på 2nd [DRAW], ritas du en liten cirkel vid en koordinat med heltalsvärden, t.ex. (6, 4).



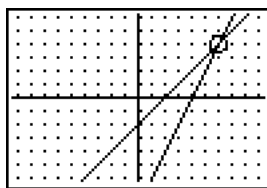
Uppgiften består sedan i att gissa en funktion eller helst flera funktioner vars graf går genom den markerade punkten.

Pröva också att låta eleverna hitta en linje som går igenom två bestämda punkter.

Duktiga elever kanske kommer på att man kan skriva in funktionerna så här:

```

Plot1 Plot2 Plot3
Y1=(X-6)+4
Y2=2*(X-6)+4
Y3=
Y4=
Y5=
Y6=
Y7=
    
```



Om $X = 6$ så blir ju $Y = 4$ i båda fallen. De två linjerna går alltså igenom $(6, 4)$.

Diagram med väg och tid

Ett bra sätt att arbeta med koordinatsystem är diagram som handlar om väg och tid. På den ena axeln, oftast x -axeln, avsätts tiden och på den andra sträckan eller vägen. Ibland får man ett ekvationssystem som naturligtvis kan lösas grafiskt genom att avläsa skärningspunkter på skärmen. Ibland får man zooma in mot skärningspunkten för att göra en noggrann avläsning. Vi tar nu upp några lite roligare exempel som visar hur den grafiska metoden verkligen blir användbar.

Eftersom sträckan är hastigheten gånger tiden ($s = v \cdot t$) kan vi alltså skriva in ekvationerna där Y står för sträckan och X för tiden

Vi antar att vi har en järnvägslinje där avståndet mellan orterna A och B är 200 km. Två tåg startar samtidigt från de båda ändstationerna med hastigheterna 90 km/h resp. 120 km/h. Var och efter hur lång tid kommer tågen att mötas?

Vi kan nu skriva in våra ekvationer i editorn. Det ena tåget startar i $(0, 0)$ och det andra i $(200, 0)$. De befinner sig ju 200 km från varandra från början. Eftersom de färdas i riktning mot varandra så måste vi ju ha ett minustecken framför X -termen i den andra ekvationen.

```

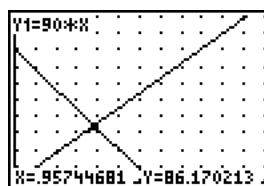
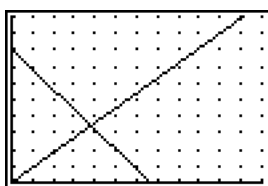
Plot1 Plot2 Plot3
Y1=90*X
Y2=200-120*X
Y3=
Y4=
Y5=
Y6=
Y7=
    
```

En bra inställning för fönstret är följande:

```
WINDOW
Xmin=0
Xmax=3
Xscl=.25
Ymin=0
Ymax=250
Yscl=25
Xres=1
```

$X_{max} = 3$ betyder alltså 3 timmar. Avståndet mellan varje prick i rutnätet är 0,25 h = 15 minuter. $Y_{max} = 250$ vilket betyder 250 km och det är 25 km mellan varje prick i rutnätet.

Nu kan vi rita grafen och vi avläser skärningspunkten genom att trycka på r och flytta markören:



Vi avläser att $X = 0,95$ och $Y = 86$. Tågen möts alltså efter ca 0,95 h, vilket betyder $0,95 \cdot 60$ minuter $\approx 57,6$ minuter. De möts ca 86 km från ändhållplatsen för det första tåget.

Lösningen till problemet ges naturligtvis av lösningen till ekvationen

$$90x = 200 - 120x$$

som har lösningen

$$x = \frac{200}{210} \text{ h} \approx 0,95 \cdot 60 \text{ min} \approx 57 \text{ min}$$

```
200/210
Ans*60
57.14285714
```

Man kan också tänka sig en situation där ett fordon, som har hastigheten 110 km/h, t.ex. befinner sig 500 m bakom ett annat fordon vars hastighet är 70 km/h. Efter hur långs sträcka blir det framförvarande fordonet omkörvt och efter hur lång tid?

Så här ser nu våra ekvationer ut:

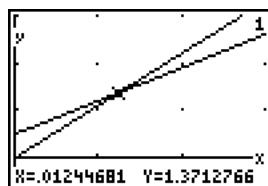
```
Plot1 Plot2 Plot3
Y1=0.5+70*X
Y2=110*X
Y3=
Y4=
Y5=
Y6=
Y7=
```

Enheterna är timmar och km/h. Nu ska vi rita vårt diagram och det kan faktiskt vara lite knepigt. Det tar ju bara delar av timmar innan omkörningen sker. 1 minut är ju $1/60$ h = 0,0166 h. Efter lite trixande så kan man få ett bra fönster

```
WINDOW
Xmin=0
Xmax=.03
Xsc1=.01
Ymin=-.5
Ymax=3
Ysc1=1
Xres=1
```

Diagrammet visas nedan. Vi har med r skärningspunkten.

spårat oss fram till



Vi avläser $X = 0,0124$ h och $Y = 1,371$ km

Fö att göra om tiden till sekunder så trycker vi på $\boxed{2nd}$ [QUIT]. Då hamnar vi i grundfönstret. Genom att trycka på „ så inkopieras det sista x-värde vi hade, nämligen X, i det grafiska fönstret. Multiplikation med 3600 ger tiden i sekunder.

```
X
Ans*3600
.0124468085
44.80851064
■
```

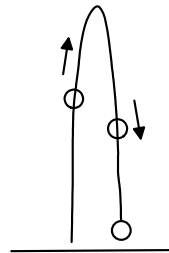
Det exakta svaret ges naturligtvis av lösningen till ekvationen $0,5 + 70x = 110x$, som har lösningen $x = 0,0125$.

Fördjupning: Visa rörelse

Det finns ett verkligt smart sätt att *visa* rörelse, inte bara att visa sambandet mellan väg och tid. Du kan med ju i diagram visa hur t.ex. fallsträckan för en kropp som faller fritt beror av tiden, men man kan faktiskt med räknaren visa själva rörelsen. Vi ska nu göra en speciell inställning på räknaren. Tryck på Z . På fjärde raden, som handlar om olika inställningar för grafitning, ställer du in på PAR som betyder parameterform. Med denna inställning kan man skriva in formler som anger hur x - och y -koordinaten beror av variabeln T , tiden.

Vi går direkt på ett fantastiskt åskådligt exempel:

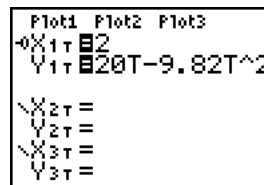
En person kastar en boll rakt upp luften med begynnelsehastigheten 20 m/s och fångar den på samma höjd när den kommer ner igen. Hur högt upp kommer den och hur länge är den i luften. Visa själva rörelsen.



Här ska man använda det välkända sambandet från fysiken

$$s = v_0 t - \frac{1}{2} g t^2 \quad \text{med } g = 9,82 \text{ och } v_0 = 20.$$

Tryck på knappen \circ och skriv in enligt skärmbilden. Längst till vänster på raden X_{1T} kan man ställa in olika typer av "stilar" för grafen. Här har vi ställt in att vi ska visa "projektilrörelse", $\ddot{\circ}$. Man bläddrar sig fram med \leftarrow .



X_{1T} sätts till 2. Det har bara att göra med läget på skärmen. Vi ska ju visa en fallrörelse och då ska den ske vertikalt längs y -axeln.

Y_{1T} skriver du in enligt inmatningsrutan ovan.

Nu ska vi ställa in ett bra fönster för att visa rörelsen. Tryck på ρ . Alla inställningar får inte plats i ett fönster så vi visar det med två st.

```

WINDOW
Tmin=0
Tmax=2.5
Tstep=.05
Xmin=0
Xmax=4
Xscl=0
Ymin=-3

```

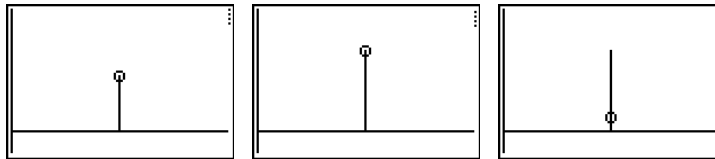
```

WINDOW
↑Tstep=.05
Xmin=0
Xmax=4
Xscl=0
Ymin=-3
Ymax=15
Yscl=0

```

Tiden T är mellan 0 och 2,5 sekunder. $Tstep$ anger hur snabbt vi ska visa rörelsen. $Xmin$ och $Xmax$ är bara inställningar för att ställa in ett bra läge på skärmen. $Ymin$ och $Ymax$ sätts till -3 till 15 . Vi ska ju visa en rörelse som sker lodrät. Så var det klart.

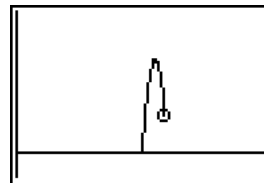
Vi har på bilden här fryst rörelsen tre gånger och visar bilder när bollen är på väg uppåt, vänder och är på väg nedåt. Man kan frysa rörelsen genom att trycka på \uparrow . Om man trycker på \downarrow igen fortsätter projektilen sin rörelse.



Tryck nu på \uparrow och bläddra dig framåt 0,05 sekunder i taget. Vi hade ju ställt in $Tstep$ till 0,05. När du stegar dig fram ser du att "hoppen" blir mindre och mindre på uppresan och större och större på nedresan.

Om du vill ha större eller mindre steg så ändrar du $Tstep$. Du kan spåra i grafen när rörelsen har slutat. Allt beror ju på vilket $Tmax$ vi ställt in. Rörelsen fortsätter ju i "underjorden" en bra bit om $Tmax$ är stort.

Om vi ger bollen en "vindskjuts" åt höger, t.ex. genom att skriva $X_{1T} = 2 + 0.2T$, får vi den här bilden. Bollen ramlar då inte ner i exakt samma bana som den kastades upp i. Den vertikala rörelsen påverkas dock inte.



8 Arbeta med data i tabeller och diagram

Introduktion med lite repetition av listor

Räknaren har fått sitt namn **TI 82 STATS** eftersom statistik kanske är starkaste sidan hos räknaren. Där det finns ett otal möjligheter för just behandling av data på olika sätt. När man jobbar utan hjälpmedel med statistik så blir ofta själva beräkningarna väldigt tidskrävande och man är tvungen att hålla sig till väldigt små och anpassade data-mängder.

Räknaren kan lagra en stor mängd data i listor och göra ett otal beräkningar utifrån dessa data. Man måste inte alltid skriva in sina data utan de kan också genereras på olika sätt.

På sid 19 tog vi upp hur man sparade en lista med data på räknaren. De data i hade var längderna på ett antal personer i klass. Så här såg listan LANGD ut i grund-fönstret:

```
{158,166,170,175  
,168,160,169,167  
,166,168,159,174  
,176,170,173,166  
,159,164,169,169  
→LANGD
```

Man kan också få upp den i den speciella editorn för statistik. Tryck på knappen Då kommer en meny upp. Vi ska in i editorn, så vi trycker på Í .

För att få in en sparad lista i editorn så kan man t.ex. placera markören i kolumnhuvudet vid den lista där man vill ha in den. Sedan trycker man på **[2nd] [INS]**. Längst ner får man då möjlighet att hämta in listan. Resultatet ser du i bilden nedan till höger.

	L1	L2	1
	-----	-----	

Name=

LANGD	L1	L2	1
158	-----	-----	
166			
170			
175			
168			
160			
169			

LANGD = {158,166,1...

Nu finns listan där och vi kan börja med att titta lite på olika statistiska mått. Från huvudmenyn för statistik går man då till CALC och trycker \downarrow vid det första alternativet 1-Var Stats. Då får man fylla på med vilken lista det gäller. Som vanligt trycker man då på 2nd [LIST] och kopierar in listnamnet. Resultatet ser du nedan.

```
1-Var Stats 1LAN
GD
```

```
1-Var Stats
x=167.3
Σx=3346
Σx²=560316
Sx=5.282543247
σx=5.148786265
↓n=20
█
```

```
1-Var Stats
↑n=20
minX=158
Q1=165
Med=168
Q3=170
maxX=176
█
```

Här kommer nu en massa olika statistiska mått på skärmen. De intressanta nu kan vara \bar{x} , som är medelvärdet, och Med, medianen.

Nu kan det vara intressant att plotta dessa data. Se först till att editorn för funktioner O är tom. Du tar bort inmatade funktioner genom att trycka på ' . Alternativt kan du placera markören ovanför likhetstecknet och trycka \downarrow . Då slocknar den mörka ruta som står över likhetstecknet. Funktionen är då avmarkerad.

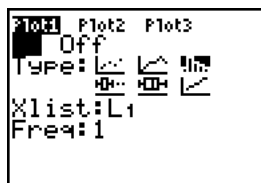
Tryck sedan y [STAT PLOT]. Då kommer meny fram:

Här finns 3 olika plot-menyer att tillgå. Vi ska nu titta lite närmare på vad man kan göra genom att göra olika inställningar i denna meny. Placera markören på 1:Plot1...Off och tryck på \downarrow .

```
STAT PLOTS
1:Plot1...Off
   ↓ L1  1
2:Plot2...Off
   ↓ L3  L4
3:Plot3...Off
   ↓ L1  1
4:PlotsOff
```

Nu kommer en meny fram för inställningar inför diagramritning. Se bilden nedan.

Tryck nu först på On. Under Type: ser du ett antal olika diagram som räknaren kan rita.



" *Spridningsdiagram.* Visar i ett koordinatsystem data från två olika datalistor.

Ó *Linjediagram.* Samma som förra diagrammet men datapunkterna är sammanbundna med linjer.

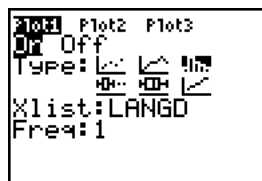
Ò *Histogram*

Ö Õ *Lådagram* av två typer

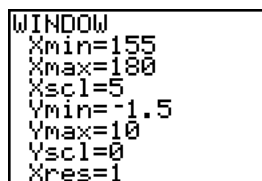
Ô Ett speciellt diagram som visar hur väl normalfördelade data från en lista är.

De två diagram som är möjliga att rita för vårt datamaterial är histogram och lådagram. För att välja diagram markerar man diagramtypen och trycker på Í. Sedan går man vidare till att välja lista/listor.

När vi har fyllt i allt ser det ut så här:

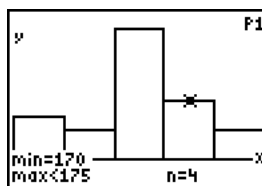


Nu är vi redo att rita histogrammet. Vi går till p and gör våra inställningar. Under q finns 9: Zoom Stat som kan vara till en viss hjälp för att få ett bra diagramfönster.

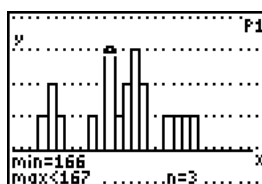


☞ Det viktiga är att man täcker in alla data. När man ritat histogram är det `Xsc1` som avger hur *breda* staplarna ska vara. Med `p` inställningen ovan blir histogrammet enligt nedan.

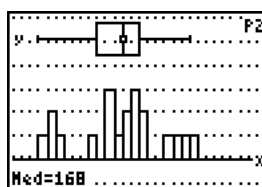
Vi ser att det är 4 st som har en längd mellan 170 och 174 cm, vilket betyder längderna 170, 171, 172, 173, 174 cm. Varje stapel har bredden 5 cm. Vi behöver alltså inte ha en tabell med frekvenser för att rita diagrammet och vi kan göra våra avläsningar direkt från det.



Med `Xsc1=1` ser diagrammet ut så här. Vi måste justera skalan i *y*-led för att inte staplarna ska bli för små. Nu när klassbredden är 1 cm kan man se vilka längder i hela cm som ”är upptagna”.



Ett lådagram ger en översiktlig bild av ett datamaterial och används ofta för jämförelser, vilket vi kommer till senare. Här har vi ritat ett lådagram genom att sätta på `Plot2` i inställningsdelen. Då både `Plot1` och `Plot2` är på får vi i just detta fall möjlighet att rita diagrammen på samma skärmbild. Vi ser i bilden att medianen är 168.



☞ Vi behöver alltså inte ha någon frekvenstabell för att rita diagrammen. Det räcker med *en* lista med alla observationer. Man kan naturligtvis rita utifrån en frekvenslista också. Då får man i inställningen ange två listor. Lite beroende på hur denna lista ser ut, kan man inte variera klassbredden på samma sätt.

Jämföra data och vitsen med flera diagram på samma skärm

I räknaren har vi sparat tre listor som representerar ett antal elevers TV-tittande under en termin. Eleverna har matat in data varje dag och sedan lämnat sin data till läraren som sedan har gjort en sammanställning.

L1	L2	L3	Σ
160	240	260	
240	248	276	
244	252	276	
244	264	280	
252	268	280	
256	268	284	
260	272	284	
L3(1)=260			

Listorna är sorterade i stigande ordning. Sortering kan göras med kommandot `SortA(`, som man når under `y` [LIST] och alternativet OPS.

```

NAMES 0:2 MATH
1:SortA(
2:SortD(
3:dim(
4:Fill(
5:seq(
6:cumSum(
7:List(
  
```


Vi har också beräknat median och medelvärde och det visar sig att både medelvärde och median är *lika* för alla listorna. Detta är naturligtvis lite fejkade listor för att visa att mått som median och medelvärde inte säger allt om ett datamaterial.

```

median(L1)    288
median(L2)    288
median(L3)    288
█
  
```

```

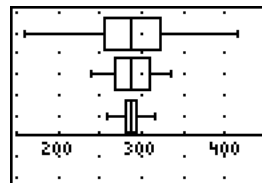
mean(L1)      288
mean(L2)      288
mean(L3)      288
█
  
```


 För att få måtten beräknade, gå till grundfönstret (tryck på `y` [QUIT]) och tryck sedan `y` [LIST] och gå till alternativet MATH och välj `mean(` resp. `median(`. Tryck sedan `1` för att kopiera in instruktionerna.

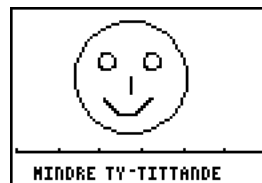
Nu ska vi rita tre st lådagram för de tre listorna. Gå alltså till y [STAT PLOT] och ställ in enligt skärmbilden:



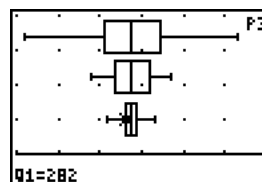
Nu ritas våra lådagram på samma skärm. För att få en överskådlig bild så gäller det att ställa in ett bra fönster. Man kan ju titta på största och minsta observation och ställa in X_{min} och X_{max} efter det. Inställningen för y -axeln spelar ingen roll för lådagram. I bilden har vi också med räknarens ritverktyg lagt in gradering på x -axeln.



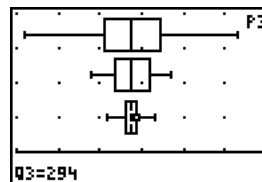
 Ritverktygen i räknaren når du genom att trycka på y [DRAW]. Gå till alternativ Text(och tryck på \downarrow . Sedan kan du flytta markören och skriva in text från räknarens tangentbord. När du är klar trycker du på \downarrow igen. Man kan spara skärmbilder man har ritat i ritmenyn under valet STO. Läs med i handboken.



Om vi nu går tillbaka till diagrammet så ser vi alltså lådagram från de tre klassernas TV-tittande. Vi kan se att spridningen är betydligt större än översta klassen. Den understa klassen har en väldigt liten spridning.



Linjerna som sticker ut – kallas morrhår – visar den minsta och största observationen. Med \leftarrow och pilarna kan vi flytta och runt i diagrammen. Vi ser t.ex. att 50 % av eleverna i den nedersta klassen tittade på TV mellan 282 h och 294 h under mätperioden. Tittade de på TV tillsammans?

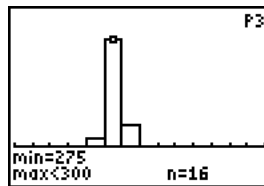
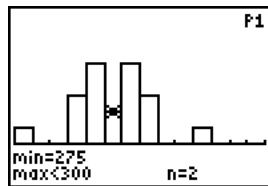


Q1 och Q3, som visas i diagrammen på förra sidan är undre och övre kvartil. De talar om var 50 % av observationerna i mitten ligger. Det är alltså det som ryms i "lådorna".

Ett mått på spridningen, som kanske är lite av överkurs, är *standardavvikelse*. Det är ett myckert viktigt begrepp i statistik och sannolikhetslära. Vi ser att standardavvikelsen är mer än 4 gånger större för listan i L1 i jämförelse med listan L3.

```
stdDev(L1)
53.01836822
stdDev(L3)
11.38789755
```

Man kan naturligtvis rita histogram på våra data istället, men då kan man inte visa diagrammen för de olika klasserna i samma bild.



Vi har här gjort histogram med klassbredden 25 h och vi ser att det är 2 st resp. 16 st som ligger placerade i den klass där median och medelvärde ligger. Mycket man kan upptäcka med att titta på diagram!

☞ Som lärare kan du också skriva in dina data med programmet *TI Connect™*, som kan hämtas hem gratis från TI:s hemsida. Du kan då spara dina datalistor i datorn och ladda ner dem till räknaren vid behov. Bilden nedan visar de tre datalistorna. Vi tar upp detta i sista kapitlet.

	L1	L2	L3
2	240	240	276
3	244	252	276
4	244	264	280
5	252	268	280
6	256	268	284
7	260	272	284
8	260	268	288
9	272	268	288
10	280	280	288
11	288	280	288
12	304	280	288
13	316	296	288
14	316	304	292
15	320	308	292
16	324	308	296
17	332	312	296
18	332	324	300
19	336	328	300
20	416	336	316
21			

Spridningsdiagram och linjediagram används ofta för tidsserier och när man vill se samband mellan två variabler. Diagramtyperna används också till olika typer av statistisk analys, som räknaren har ett otal verktyg för för.

Vi har här några data med *dygnsmedeltemperaturer* under årets månader för tre olika orter. Vi matar in våra data i tre listor som vi namnger:

Månad	TEMPA	TEMPB	TEMPC
jan	29	2	-11
febr	26	3	-8
mars	24	4	-4
april	21	6	3
maj	16	9	10
juni	13	12	14
juli	12	15	17
aug	13	13	15
sept	16	12	11
okt	21	9	5
nov	25	5	-3
dec	28	3	-9

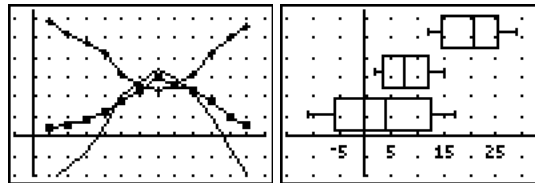
MÅNAD	TEMPA	TEMPB	TEMPC
1	29	2	-11
2	26	3	-8
3	24	4	-4
4	21	6	3
5	16	9	10
6	13	12	14
7	12	15	17
8	13	13	15
9	16	12	11
10	21	9	5
11	25	5	-3
12	28	3	-9


```

STAT PLOTS
1: Plot1...On
  MÅNAD TEMPA +
2: Plot2...On
  MÅNAD TEMPB +
3: Plot3...On
  MÅNAD TEMPC .
4: PlotsOff
  
```

En bara diagramform är naturligtvis linjediagram och då kan vi rita alla våra tre listor i samma diagram.

Det blir lite rörigt med tre stycken linjediagram på varandra. Man kan diskutera om det då inte är bättre att

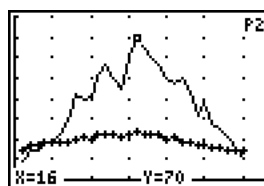


bara se tabellen. Vi ritar också lådagram. Även då går det utmärkt att rita alla data i samma diagram och man får en bra översikt. Vad kan det vara för platser på Jorden som har dessa temperaturdata?

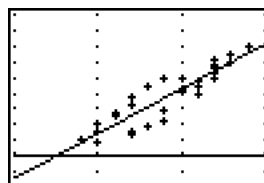
Ett exempel på samband mellan variabler kan t.ex. vara sambandet mellan badtemperatur och antal försålda glassar vid en mindre badplats under en månad. Se delar av datalistan nedan och sedan linjediagrammet, där vi avsatt både badtemperatur och antal försålda glassar mot dag i månaden. L1 är dag i månaden, L2 badtemperatur och L3 försålda glassar. Dag 16 t.ex såldes 70 glassar.

L1	L2	L3	1
1	15	9	
2	17	14	
3	17	15	
4	18	15	
5	18	15	
6	19	23	
7	19	29	

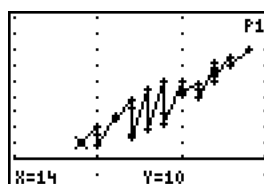
L1(1)=1



Diagrammet till höger är ett spridningsdiagram där vi avsatt data i lista L2 (badtemperatur) längs x-axeln och data i lista L3 (antal sålda glassar) längs y-axeln. Man ser att det finns ett klart *samband* mellan badtemperatur och sålda glassar. Datapunkterna ligger rätt väl samlade längs en tänkt linje i diagrammet.



Om vi sorterar efter stigande badtemperatur ser det ut så här. Se bilden till höger.

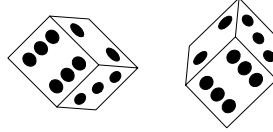


👉 När du sorterar efter en lista, tänk då på att de andra listorna ska "följa med" så att sammanhörande data fortfarande finns på samma rad efter sorteringen. När vi sorterar listan efter stigande badtemperatur så skriver man som på skärmbilden. Listan L2 står först och det är ju badtemperaturen.

```
SortA(L2,L1,L3)
Done
```

9 Sannolikheter och att arbeta med slumpen

Vi människor och programmerade datamaskiner har minne och vet att det t.ex. ska bli ungefär lika många sexor som ettor i ett antal hundra stycken



kast. Det vet inte tärningen eller kronan när den hänger i luften. I ett äkta slumpförsök finns det ingenting som heter minne. Allt börjar om igen när vi kastar tärningen nästa gång.

Räknaren kan alltså egentligen inte generera riktiga slumpstal. Den använder faktiskt en formel för att generera en sekvens av tal som verkar vara helt slumpmässiga. Varje tal i sekvensen beror på det föregående talet. Detta betyder då att hela sekvensen av tal beror på det första talet. Detta tal kallas för en *kärna*. Om du låter två räknare få samma kärna, t.ex. talet 173, så genereras samma sekvens. Det kan väl knappast kallas slumpen.

Normalt så behöver man dock inte tänka på detta eftersom räknaren hela tiden använder det sista slumpstal som har alstrats som en ny kärna. I vänstra skärmbilden har vi två gånger lagrat talet 173 som kärna (med kommandot `173 ↵ rand`). Vi får samma sekvens av tal båda gångerna. I högra skärmbilden har vi lagrat talet 173 bara en gång och vi ser att vi får olika sekvenser av tal varje gång.

```
173
randInt(1,6,6)
(6 1 6 2 5 5)
173↵rand
randInt(1,6,6)
(6 1 6 2 5 5)
■

173↵rand
randInt(1,6,6)
(6 1 6 2 5 5)
(6 4 1 5 1 2)
(3 4 4 3 2 3)
■
```

Kommandot `RandInt (1 , 6 , 6)` betyder att vi ska alstra 6 st heltaliga slumpstal mellan 1 och 6. Vi återkommer till detta.

De två hundra kasten – ett första slutförsök

Vi ska börja våra slutförsök med att singla slant 200 gånger. Krona eller klave. Det går till så här:



Se först till att alla listor är tomma.

Vi ska först göra en lista med talen 1 till 200.

Från kolumnhuvudet i L1 trycker du på 2nd . Tryck sedan y [LIST]. Där väljer du alternativet OPS och sedan $5 : \text{seq}()$. Vi trycker sedan på 2nd . Sedan skriver vi enligt skärmbilden nedan till vänster och trycker på 2nd igen. Vi får en lista med talen 1 till 200.

L1	L2	L3	1
-----	-----	-----	
L1 =...(X, X, 1, 200)			

L1	L2	L3	1
1	-----	-----	
2			
3			
4			
5			
6			
7			
8			
9			
10			
11			
12			
13			
14			
15			
16			
17			
18			
19			
20			
21			
22			
23			
24			
25			
26			
27			
28			
29			
30			
31			
32			
33			
34			
35			
36			
37			
38			
39			
40			
41			
42			
43			
44			
45			
46			
47			
48			
49			
50			
51			
52			
53			
54			
55			
56			
57			
58			
59			
60			
61			
62			
63			
64			
65			
66			
67			
68			
69			
70			
71			
72			
73			
74			
75			
76			
77			
78			
79			
80			
81			
82			
83			
84			
85			
86			
87			
88			
89			
90			
91			
92			
93			
94			
95			
96			
97			
98			
99			
100			
L1(1)=1			

Gå nu till kolumnhuvudet i lista L2, tryck på 2nd och flytta markören till PRB. Där finns ett antal olika instruktioner för att arbeta med slumpantal och kombinatorik. Ett favoritställe för många.

MATH NUM CPX PRB			
2nd	rand		
2nd	nPr		
2nd	nCr		
2nd	!		
2nd	randInt<		
2nd	randNorm<		
2nd	randBin<		

Skriv in i inmatningsfältet:

`randint(0,1,200)`

Nu dröjer det en liten stund innan det händer något. Ha tålamod ett antal sekunder. Räknaren jobbar med att ta fram 200 slumpantal 0 eller 1.

L1	L2	L3	2
1	1	-----	
2	1		
3	1		
4	1		
5	0		
6	1		
7	0		
L2(1)=1			

Det är ju jobbigt att titta igenom listan med 200 tal så vi gör ett snabbräkning för att se hur vårt försök gick. Vi går till grundfönstret genom att trycka $\boxed{2nd}$ [QUIT]. Sedan skriver vi enligt fönstret här.

```
sum(L2)      108
mean(L2)    .54
█
```

Instruktionerna sum och mean kopierar du in i grundfönstret genom att trycka på $\boxed{2nd}$ [LIST] och gå till MATH.

Vi fick i försöket 108 st ettor och 92 st nollor. Sum(L2) är ju 108. Medelvärdet blir då $108/200 = 0,54$, vilket vi också beräknat.

Vi kan också alstra slumpantal som kan anta vilka värden som helst mellan 0 och 1. Då skriver man instruktionen rand(200)

L1	L2	3
1	1	-----
1	1	
1	1	
1	1	
1	1	
0	0	
1	1	
0	0	

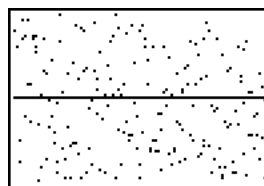
```
L3=rand(200)█
```

L1	L2	L3	3
1	1	.8970033121...	
1	1	.81167	
1	1	.81317	
1	1	.10517	
0	0	.24813	
1	1	.85513	
0	0	.9739	

```
L3(1)=.8970033121...
```

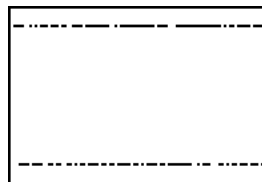
Nu ska vi se om vi kan rita ngn form av diagram. Ställ in spridningsdiagram för lista L1 och L3 och ett bra fönster för värdena. Högra skärmbilden nedan visar resultatet. Vi har också lagt in linjen $Y = 0,5$ för att dela fönstret i två lika delar.

```
Plot1 Plot2 Plot3
Off Off Off
Type: [ ] [ ] [ ]
Xlist:L1
Ylist:L3
Mark: [ ] [ ] [ ]
```



Det verkar finnas ungefär lika många prickar i den övre och nedre delen.

Vi går tillbaka till försöket att singla slant. Om vi försöker att rita ett motsvarande diagram där blir det så här. Vi får två stråk av några slags pricklinjer. Svårt att tolka.



Tryck sedan på $\boxed{\text{=}}$. Syntaxen för att skriva detta uttryck är (*uttryck, variabel, start, slut*). I räknarens statistikeditor finns nu en lista 1, 2, ... 499, 500 i lista L1.

② Vi alstrar nu en lista med slump-tal, från 1 till 6, i lista L2. Flytta då markören till kolumnhuvudet i L2 och tryck på $\boxed{\text{=}}$. Tryck sedan på $\boxed{\text{PRB}}$ och sedan $5 : \text{randInt}()$. Skriv sedan enligt skärmbilden.

L1	L2	L3	Z
1 2 3 4 5 6 7 8 9 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0	-----	-----	
L2 = ...nt(1, 6, 500)			

Nu alstras en lista med slump-tal mellan 1 och 6 i lista L2. Det kan ta en liten stund, så ha tålamod.

L1	L2	L3	Z
1 2 3 4 5 6 7 8 9 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0	1 2 3 4 5 6 7 8 9 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0	-----	
L2(1)=2			

③ Nu ska vi göra något smart! Vi vill ta reda på hur många sexor vi fick i lista L2. Flytta markören till kolumnhuvudet i L3 och tryck på $\boxed{\text{=}}$. Skriv sedan enligt inmatningsfältet nedan. Tecknet "=" når du genom att trycka på y [TEST]. Tryck sedan på $\boxed{\text{=}}$. Se resultatet i högra skärmbilden nedan.

L1	L2	L3	Z
1 2 3 4 5 6 7 8 9 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0	1 2 3 4 5 6 7 8 9 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0	-----	
L3 = L2 = 6			

L1	L2	L3	Z
1 2 3 4 5 6 7 8 9 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0	1 2 3 4 5 6 7 8 9 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0	0 1 0 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0	
L3(1)=0			

De gånger där vi fick en sexa så står det nu 1 i listan. I alla andra fall står det 0.

④ För att ta reda på hur många "sexor" vi fick efter 1, 2, 3, ... , 499, 500 kast alstrar vi nu en lista med de *kumulerade summorna* av elementen i L3.

Instruktionen från kolumnhuvudet i L4 (tryck på $\boxed{\text{L4}}$ först) är $\text{cumSum}(L3)$. Den instruktionen kopieras in på inmatningsraden genom att trycka på y $\boxed{\text{LIST}}$, välja alternativ OPS och sedan infoga instruktionen $\boxed{6} : \text{cumSum}$). I den högra bilden nedan ser du resultatet. Listan 0, 1, 1 2, ... i L4 betyder att vi har fått 0 sexa efter 1 kast, 1 sexa efter 2 kast, 1 sexa efter 3 kast osv.

L2	L3	L4	4
-----	0	-----	
-----	1		
-----	1		
-----	1		
-----	0		
-----	0		
L4=cumSum(L3)			

L2	L3	L4	4
-----	0	0	
-----	1	1	
-----	1	2	
-----	1		
-----	0		
-----	0		
L4(1)=0			

5 Till sist alstrar vi en lista L5, som *rad för rad* är kvoten av L4 och L1. Vi placerar markören i huvudet på lista L5, trycker på $\boxed{\text{L5}}$ och skriver sedan in formeln $L5=L4/L1$. Vi får då den relativa frekvensen beräknad *rad för rad*. Om vi går till editorn ser det ut så här:

L3	L4	L5	5
-----	0	0	
-----	1	.3333	
-----	1	.3333	
-----	1	.3333	
-----	0	.2571	
-----	0		
L5(1)=0			

Lägg märke till att vi tagit bort data i Lista L3 för att få större minnesutrymme i räknaren.

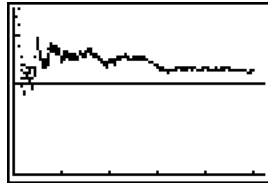
6 Nu kan vi rita ett diagram som visar hur den relativa frekvensen förändras när antalet kast ökar. Ställ in ett bra fönster först och tryck sedan på y $\boxed{\text{STAT PLOT}}$ för diagraminställningen.

Plot1	Plot2	Plot3
Off		
Type: $\boxed{\text{L}}$	$\boxed{\text{L}}$	$\boxed{\text{L}}$
Xlist:L1		
Ylist:L5		
Mark: \square + \square		

WINDOW
Xmin=0
Xmax=525
Xscl=100
Ymin=0
Ymax=.3
Yscl=1
Xres=1

Vi ska alltså rita ett linjediagram med L1 som x-lista och L5 som y-lista. Markeringar i diagrammet är de små prickarna. Med 500 data blir det alldeles för tjockt och grötigt annars!

Nu kan vi trycka på S \rightarrow \rightarrow äntligen. Som jämförelse har vi i diagrammet lagt in linjen $Y1=1/6$. Vi ser att den relativa frekvensen är lite ”hoppig” i början men efterhand så verkar den relativa frekvensen alltmer närma sig $1/6$. Som sagt, detta är ju ett slumpförsök. Gör försöket själv.



Ett alternativ till detta försök är programmet nedan. Det simulerar tärningskast och visar resultatet i en frekvenstabell. Vi har här klippt ihop tre skärmbilder eftersom programmet inte får plats på en skärm. Till höger visas resultatet efter 200 resp. 1000 kast.

```
PROGRAM: TARNING
:ClrHome
:Input "ANTAL KA
ST=",N
:ClrList L1,L2
:For(X,1,6)
:X→L1(X):0→L2(X)
:End
:For(X,1,N)
:randInt(1,6)→D
:L2(D)+1→L2(D)
:Output(D+2,2,D)
:Output(D+2,5,L2
(D))
:End
:L2/N→L3
:Stop
:■
```

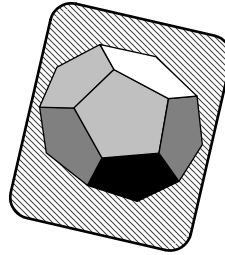
ANTAL KAST=200	
1	33
2	38
3	40
4	34
5	35
6	20

ANTAL KAST=1000	
1	179
2	180
3	144
4	162
5	186
6	149

I listorna L1, L2 resp. L3 lagras resultatet.

Samlarbilder

Vi tänker oss att man samlar på bilder av geometriska figurer som ligger i paket med några slags frukostflingor. Det finns 10 olika bilder och om man lyckas samla ihop alla 10 så får man ett nytt paket gratis.



Här gäller det att slumpa fram tal mellan 1 och 10 och se hur många försök man måste göra innan alla tal har kommit fram på skärmen. Alla tal är naturligtvis lika sannolika.

Man går till grundfönstret och knappar sedan in instruktionen `randInt(1,10)` och trycker sedan på `|`. Sedan antecknar man alla nya nummer som kommer upp på skärmen tills man har fått en komplett lista. Till höger visar vi hur man håller reda på hur många gånger man upprepar försöket genom att införa en varvräknare:

```
0→N
N+1→N: {N,randInt
(1,10)}
      {1 6}
      {2 7}
      {3 13}
```

Alla elever skriver ner sina nummer tills de fått med alla och redovisar sedan sina resultat. Ett bra sätt att göra detta är att skriva ner en lista 1 till 10 och sedan stryka alla nya nummer som kommer upp i andra kolumnen. Den första kolumnen är ju antalet försök.

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10

Innan de börjar så fråga hur många försök de tror att de måste göra?

Teorin bakom:

Ett sätt att fundera ut hur många köp man kan förvänta sig att behöva göra är att tänka baklänges. Vi antar att man har 9 olika bilder och nu ska skaffa sig den tionde bilden. I genomsnitt behöver man då göra 10 köp till. Det kostar alltså på att skaffa den sista bilden.

För den nästa sista bilden blir det med motsvarande resonemang
 $10/2$ köp = 5 köp till.

Sammanlagt måste vi alltså göra

$$10/1 + 10/2 + 10/3 + 10/4 \dots + 10/9 + 10/10 =$$
$$10(1 + 1/2 + 1/3 + 1/4 \dots 1/9 + 1/10) \approx 10 \cdot 2,92 = 29,2 \text{ köp.}$$

Summan $1 + 1/2 + 1/3 + 1/4 \dots + 1/9 + 1/10$ räknar vi ut lätt med räknaren på följande sätt:

```
sum(seq(1/X,X,1,
10))
2.928968254
```

sum och seq hittar man under **[2nd]** [LIST].

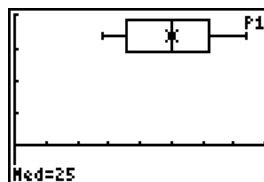
Det behövs alltså i genomsnitt ca 30 köp. Inte ens då kan man naturligtvis känna sig säker på att ha fått alla 10 bilderna.

Gör en sammanställning för hela klassen och visa t.ex. i ett histogram hur antalet köp fördelar sig. Eftersom försöket går fort att göra så kan eleverna köra det flera gånger. Skriv in resultaten i en lista och se på fördelning och medelvärde.

Tips!

Om man nu kör försöket flera gånger så tänk på att man kan plocka fram inmatningarna igen genom att trycka på **[2nd]** [ENTRY]. Det är ju onödigt att skriva in långa instruktioner flera gånger. Inmatningar man inte vill ha tar man bort med ' och trycker sedan på **[2nd]** [ENTRY] igen.

Här visas i ett lådagram resultatet av 10 försök. Medianen blev 25. Största värde 37 och minsta värde 14.



Spela på tipset och andra upprepade försök

I stryktips finns det ett visst mått av skicklighet. Om vi glömmet det och säger att resultaten på alla matcher är helt *slumpmässiga* och kan sluta hur som helst - hur stor sannolikhet har man då att få tretton rätt på en enkelrad i stryktips.

STRYKTIPSET				
OMGÅNG	ANTAL VECKOR	SYSTEM		
Omg 13	1 vecka	Enkelrader		
Spelstopp: 27/3 kl 15:30		1 X 2	1 X 2	
1. West Brom - Crystal P		<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
2. Chelsea - Wolverh.		<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
3. Charlton - Aston V.		<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
4. Southampt - Tottenham		<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
5. Manch.C - Fulham		<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
6. Everton - Middlesbr		<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
7. Blackburn - Portsmo.		<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
8. Norwich - Stoke		<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
9. Watford - Wigan		<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
10. Walsall - Millwall		<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
11. Sunderl. - Derby		<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
12. Coventry - Reading		<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
13. Bradford - Burnley		<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Rensa alla spelfält		<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	

- Sannolikheten att pricka rätt på *en* match är $1/3$ (det kan ju bli 1:a, X eller 2:a).
- Sannolikheten att pricka rätt på *två* matcher är $1/3 \cdot 1/3 = 1/9$.

```
(1/3)^13  
6.272254744E-7
```

Så fortsätter man rad efter rad. Sannolikheten att tippa 13 rätt blir då

$$1/3 \cdot 1/3 \cdot \dots \cdot 1/3 = 1/3^{13} = \frac{1}{1\,594\,323} \approx 6,3 \cdot 10^{-7}$$


Alltså en chans på 1 594 323 att få 13 rätt. Man kan alltså förvänta sig att man måste tippa en enkelrad 1 549 323 gånger för att få 13 rätt. Inte ens då kan man vara riktigt säker. Det tar några år och kostar en del!

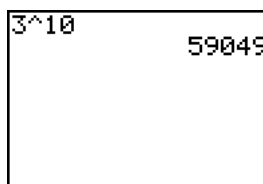
Låt säga att vi vill räkna ut chansen att få 10 rätt på en enkelrad. Vi börjar med att ställa upp alla fakta vi har:

Sannolikheten att pricka rätt på en match är $1/3$.

Om tio matcher ska prickas in använder vi multiplikationsregeln som ovan:

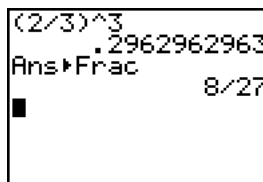
$$1/3 \cdot 1/3 \cdot \dots \cdot 1/3 = 1/3^{10} = \frac{1}{59\,049} \approx 1,7 \cdot 10^{-5}.$$

 Slår man in $(1/3)^{10}$ på räknaren får man ett närmevärde. Metoden att omvandla närmevärdet fungerar inte här utan för att få fram $1/59049$ kan man först beräkna 3^{10} , som ger ett exakt resultat.



Dessutom ska tre matcher gå *fel* (vi sa bara 10 rätt):

$$2/3 \cdot 2/3 \cdot 2/3 = (2/3)^3 = \frac{8}{27}$$



Till sist: På *hur många* sätt kan man få tio rätt av 13 matcher. Man kan formulera frågan så här:

"På hur många sätt kan man välja ut 10 av 13?" Det är inte så lätt att räkna ut. Att räkna ut detta tillhör en del av matematiken som kallas *kombinatorik*. Man kan ju tänka sig att man tar match 1, 2, 3, ... 10. Man kan också ta match 3, 4, 5, ... ,12 osv.

Det finns faktiskt 286 st sådana kombinationer och på räknaren kan man lätt räkna ut sådana här saker. Skriv först 13 och tryck sedan på knappen [nCr] och gå sedan till menyn PRB för sannolikheter.

```
MATH NUM CPX PRB
1:rand
2:nPr
3:nCr
4:!
5:randInt(
6:randNorm(
7:randBin(
```

Välj där $3:nCr$ och tryck på [1] . Skriv sedan 10 och tryck på [1] igen.

```
13 nCr 10
286
```

Nu multiplicerar ihop alla våra resultat från beräkningarna:

$$\frac{1}{59\,049} \cdot \frac{8}{27} \cdot 286 \approx 0,001435$$

dvs. sannolikheten är 0,14 %, vilket är 1 chans på 697.

Detta är ju omständigt men som tur är finns det på räknaren en inbyggd funktion som klarar detta på en gång. Du hittar funktionen `binompdf` genom att trycka y [DISTR] .

I den lista som då kommer fram finns ett stort antal funktioner för att beräkna olika sannolikhetsfördelningar. Listan lagras vi i statistikeditorn. Skriv enligt skärmbilden. Resultatet visas då som en lista. I lista `L1` lägger vi listan 0, 1, 2 ... 13 för antalet lyckade försök.

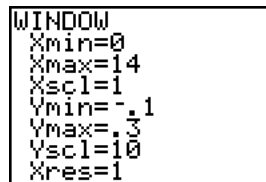
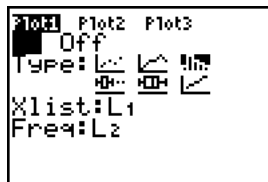
```
binompdf(13,1/3)
→L2
{.0051382311 .0...
```

Om vi tittar på denna lista ser vi att där visas sannolikheten att lyckas få 0 rätt, 1 rätt, två rätt osv. Vi ser att vi får 10 rätt med sannolikheten 0,00144 eller 0,14 %, som vi tidigare beräknat mer omständigt.

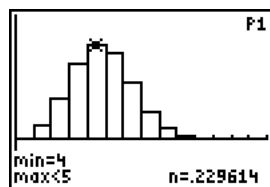
L1	L2	L3	Z
6	.20665		
7	.13777		
8	.06888		
9	.02500		
10	.00714		
11	2E-4		

L2(10) = .001435091...


Vi kan rita ett diagram på detta för att få överskådlighet. Inför diagramritningen fyller vi i enligt schemat nedan till vänster och till höger finns en bra fönsterinställning under p




Nu kan vi rita ett diagram.



Vi ser att sannolikheten är störst för 4 rätt (ca 23 %), naturligtvis. Staplarna för 9, 10, 11, 12, 13 är för små för att visas.

Det är även möjligt alstra slumpantal enligt en bestämd binomialfördelning. Instruktionen heter `randBin` och du finner den under knappen  och alternativet PRB. Instruktionen

`randBin(200, 1/2, 100)`  L1

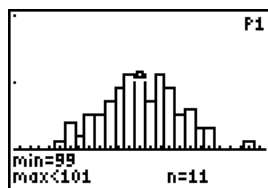
slumpar t.ex. fram hur många gånger vi lyckas få krona eller klave om vi kastar slanten 200 gånger. Försöket upprepas 100 gånger.

Vi gjorde ju detta försök *en gång* i början av kapitlet och tittade då på hur många krona resp. klave vi fick. Här upprepar vi försöket 100 gånger och det som kommer fram i listan är antal gånger vi lyckas få klave (eller krona) om vi kastar 200 gånger.

Försöket tar några minuter att genomföra. Du kan göra något annat under tiden medan räknaren jobbar!

L1	L2	L3	1
100	---	---	
103			
92			
101			
95			
95			
113			
LTKD=101			

Ett histogram visar fördelningen av antalet lyckade försök. Vi fick exakt 100 lyckade försök 11 gånger.



Om vi ska tippa ett antal rader stryktips så blir instruktionen

`randBin(13, 1/3)` följt av `|`.

Nedan ser vi att vi får tre rätt, fyra rätt, fyra rätt, fyra rätt. Om du trycker på `|` får du nya resultat.

<code>randBin(13, 1/3)</code>	
	3
	4
	4
	4
■	

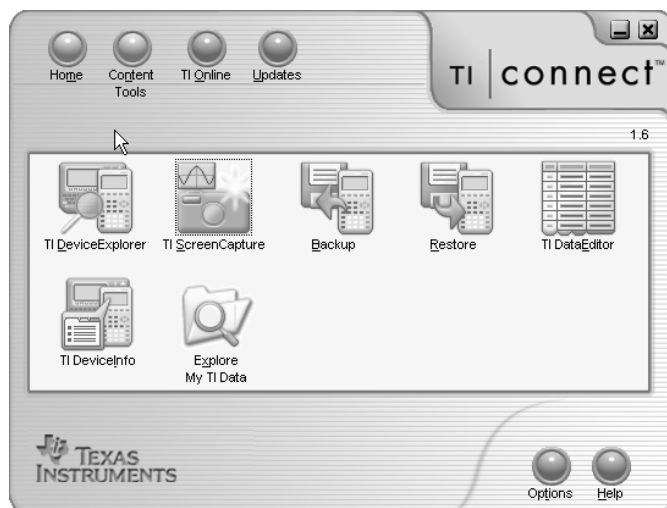
Gör en simulering med t.ex. 100 rader och titta på resultatet.

1	X	2
1		
	X	
	X	
1		
1		
1		
	X	
1		
	X	
1		
		2

10 Introduktion till programmet TI Connect™

Programmet TI Connect gör det enkelt och smidigt att utväxla information mellan din TI-enhet och din persondator. Du kan använda programmet TI Connect för att överföra, säkerhetskopiera, uppdatera, skapa och få tillgång till innehåll på TI-enheten.

Programmet TI Connect innehåller ett antal olika verktyg och det finns också symboler som länkar dig till andra TI-verktyg som redan finns installerade i datorn. Det fullständiga paketet med verktygen hjälper dig att använda din TI-enhet tillsammans med din dator på ett effektivt sätt.



Programverktygen i TI Connect™:

TI DeviceExplorer – Överför enhetsfiler mellan räknare och datorer.

TI ScreenCapture – Fångar och redigerar skärmbilder från TI-enheter. Alla skärmbilder i detta häfte är gjorda på det sättet.

Backup – Gör säkerhetskopior av filer på TI-enheter.

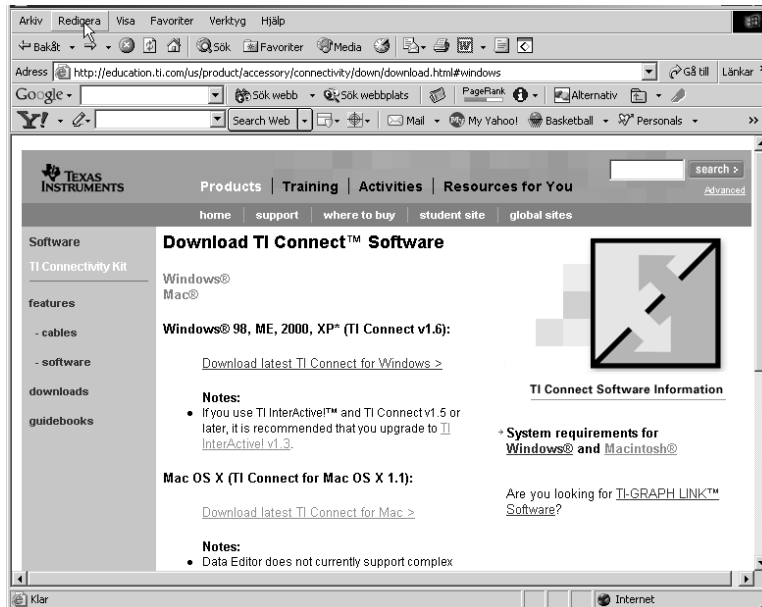
Restore – Återställer filer till TI-enheter som säkerhetskopierats.

TI DataEditor – Skapar och redigerar datavariabler, t.ex. listor.

TI DeviceInformation (TI DeviceInfo) – Ger information om anslutna TI-enheter.

Explore My TI Data – Öppnar Windows® Utforskare.

Gå till TI:s hemsida www.education.ti.com och sök på TI Connect™. Programvaran är gratis.



Om du inte redan är medlem får du fylla i en del uppgifter. I annat fall behöver du bara fylla i din e-postadress och ditt lösenord. Följ sedan instruktionerna som ges i installationsprogrammet.

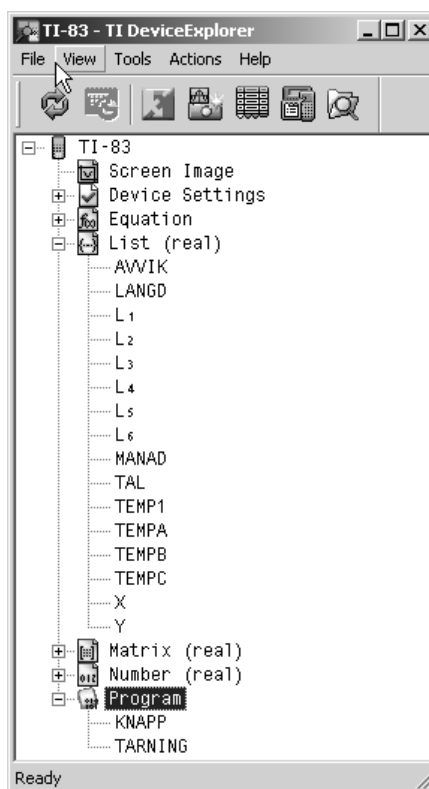
Vi rekommenderar att du till att börja med trycker på hjälpknappen längst ner till höger för att få närmare information om programmets olika verktyg. Till alla verktyg finns det mycket bra hjälpmenyer.

Du kan använda TI Connectivity kabel på nästan alla Windows-baserade datorer och det går även att använda TI-GRAPH LINK seriell kabel. Observera att kablarna är tillbehör och kan köpas hos

TI:s återförsäljare. Anslutningen till räknaren sker via I/O-porten längst ner på högra sidan.

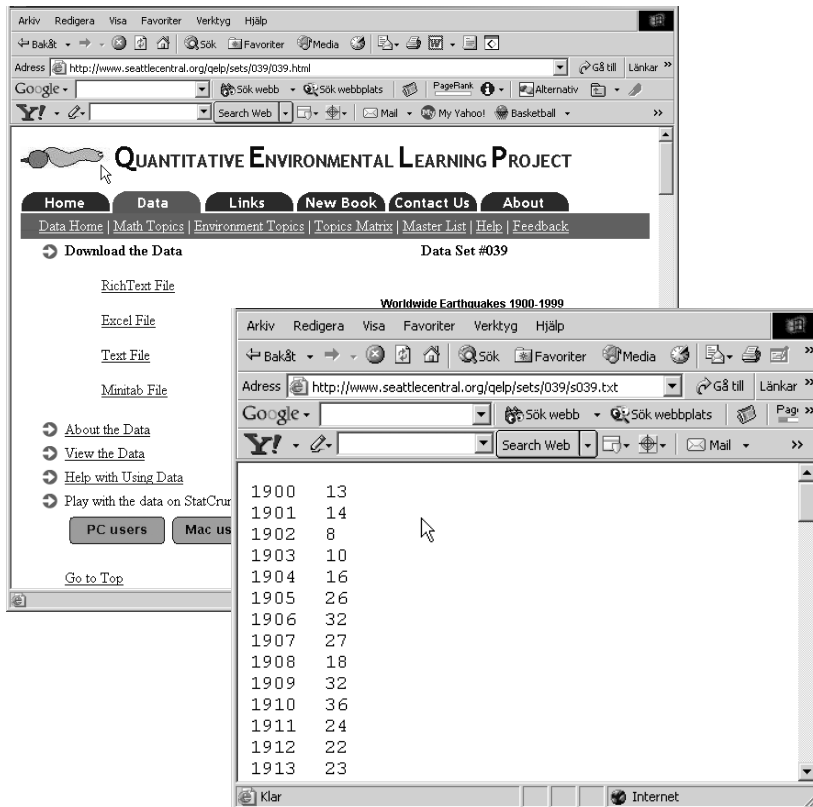
För att kontrollera att kommunikationen fungerar med din räknare, klicka på **TI Device Explorer**. Om allt fungerar så öppnas ett fönster och du ser en slags katalog över innehållet på räknaren. Se skärmen till höger.

Från detta verktyg kan du bl.a. kopiera och flytta filer till din dator. Med verktyget **Explore My TI Data** kan du skicka filer till räknaren från datorn. I menyn till Windows® Utforskare, som öppnas i den katalog du ställt in i programmet, markerar du räknarfiler som ska skickas till räknaren och sedan kan du via ett val i arkivmenyn skicka filer till räknaren.



Vi ska nu visa ett bra exempel där du hämtar data från nätet och så småningom har dem i din räknare för att ev. göra en närmare analys. Data består av två kolumner, årtal i den vänstra och antalet jordbävningar med en magnitud över 7,0 på Richterskalan. I detta fall är våra data i kolumnerna från början åtskilda med tabbtecken. Det fungerar också med ett kommatecken för att skilja kolumnerna åt. Decimaltecken måste alltid anges med punkt. Webbsidan fanns som länk på den största undervisningsportalen för matematik på webben, http://mathforum.org/library/topics/data_sets/.

Våra data laddades alltså ner som en ren textfil.



Om data inte är åtskilda på detta sätt så kan man lätt fixa det i sin ordbehandlare genom att kopiera data. Se sedan till att du sparar texten, t.ex. i Word, i rent textformat. Formatet Text med layout fungerar bra. Det finns några andra format som också fungerar. I detta fall hittade vi ett ställe där det fanns färdiga datafiler, särskilt gjorda för användning i klassrummet och då var det inga problem. Vi sparade bara som en textfil från webbläsaren.

Man öppnar nu verktyget **TI Dataeditor**, går till **File** och sedan till **Import** i menyn. Leta upp den mapp där du har sparat din textfil klicka sedan på den. Se först till att du har ställt in din dataeditor i formatet **Matris** i fältet längst ner. Vi har ju data i flera kolumner.

Så här ser resultatet ut. Vi såg först till att ta bort översta raden i den eftersom matriser endast får innehålla 99 rader.

Klicka sedan på **Action** och välj verktyget **Send Matrix**. Du får då upp en dialogruta som säger att namnet jordbävningar inte är ett tillåtet namn. Klicka på OK.

JORDBÄVN...	1	2
1	1901	14
2	1902	8
3	1903	10
4	1904	16
5	1905	26
6	1906	32
7	1907	27
8	1908	18
9	1909	32
10	1910	36
11	1911	24
12	1912	22
13	1913	23
14	1914	22
15	1915	18
16	1916	25
17	1917	21
18	1918	21
19	1919	14
20	1920	8

Då kommer rutan nedan upp. De tillåtna namnen för matriser är A till J. Klicka t.ex. på [A] och tryck på OK

The current properties for this variable are shown. Please make any changes needed. [OK] [Cancel]

After making your changes, click OK to change your variable's properties.

Device Type: TI-73, TI-83, TI-83 Plus/TI-84 Plus Family, TI-86, TI-89 Family, TI-92, TI-92 Plus, Voyage 200

Variable Type: Number, List, Matrix

Rows: 99, Cols: 2

Variable Name: [A], [B], [C], [D], [E], [F], [G], [H], [I], [J]

File Name: U:\DOKUMENT\TIVNY UPPLAGA GÖDA EXEMPEL MED TI\JORDBÄVNINGAR

En ruta öppnas på skärmen, som visar att överföringen är på gång. Efter en kort stund försvinner rutan. På räknaren trycker du nu y [MATRIX]. Då öppnas det fönster där du hanterar matriser. Vi sparade ju våra data i matrisen [A], så du trycker bara på \leftarrow två gånger. Då dyker våra data upp på skärmen. Se skärmbilden till höger.

```

NAMES MATH EDIT
1: [A] 99x2
2: [B]
3: [C]
4: [D]
5: [E]
6: [F]
7↓ [G]

```

```

[[1901 14]
 [1902 8 ]
 [1903 10]
 [1904 16]
 [1905 26]
 [1906 32]
 [1907 27]↓

```

För att vi ska kunna få våra data i statistikeditorn måste vi göra om matrisen, som är data i flera kolumner, till listor. Gå till räknarens grundfönster och skriv instruktionen som i fönstret på nästa sida.

```

Matr▶list([A],L1
,L2)
Done

```

Kommandot `Matr▶list` kopierar du in till grundfönstret genom att trycka på y [LIST], välja menyn OPS och sedan gå nedåt i menyn.

```

NAMES OPS MATH
5: seq(
6: cumSum(
7: List(
8: Select(
9: augment(
0: List▶matr(
1: Matr▶list(

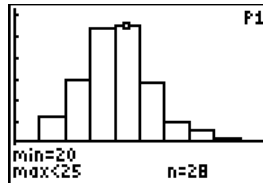
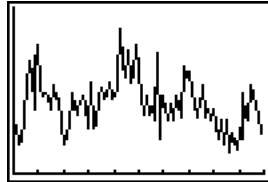
```

Tryck sedan på \leftarrow och skriv färdigt ditt kommando. [A] kopierar du in från matrismenyn och L1 och L2 får du direkt från knapparna (tryck y L1 resp. y L2).

Nu finns dina data i statistikeditorn och du kan arbeta vidare, t.ex. rita olika diagram.

L1	L2	L3	1
1901	14		
1902	8		
1903	10		
1904	16		
1905	26		
1906	25		
1907	27		
L1(1)=1901			

Till vänster nedan har vi gjort en tidsserie för åren 1901-1999. Det högra diagrammet visar att under 28 olika år på 1900-talet så förekom 20 till 25 jordbävningar med en magnitud över 7,0.



När du har dina data i räknaren kan du fylla på med uppgifter för åren 2000-2004:

2000 15
 2001 16
 2002 13
 2003 15
 2004 15

källa: <http://earthquake.usgs.gov/>

11 Skicka listor och annat till en annan räknare

Du kan med den lilla sladden som medföljer räknaren skicka information till en annan räknare. Koppla först samman räknarna och tryck sedan på y [LINK] på den sändande räknaren. Då kommer följande fönster upp:

```
SEND RECEIVE
1: All+...
2: All-...
3: Prgm...
4: List...
5: Lists to TI82...
6: GDB...
7: Pic...
```

Vi antar att du nu vill kopiera några listor till den andra räknaren. Då går du till 4:Lists och trycker på \leftarrow . Då kommer de listor som är sparade i räknaren upp:

```
TRANSMIT
LANGD LIST
MANAD LIST
TAL LIST
TEMP1 LIST
TEMPA LIST
TEMPB LIST
TEMPC LIST
```

Markera nu de listor du vill skicka genom att trycka på \leftarrow när du befinner dig med markören vid listan. Gå sedan till TRANSMIT och gör inget mer.

På den mottagande räknaren så trycker du också på y [LINK] och väljer sedan RECEIVE och trycker på \leftarrow . På den sändande räknaren trycker du nu på \leftarrow igen. Efter en kort stund kommer ett meddelande på den sändande och mottagande räknaren att överföringen är klar.

```
Receiving...
MANAD LIST
TEMPA LIST
TEMPB LIST
TEMPC LIST
Done
```

Register

ALPHA	4	normalfördelning	69
ANS	6, 11, 15, 32	parameterform	45
avrundning	7, 11, 14	prioritering	8, 9
binomialfördelning	68	QUIT	18
bråk	10, 11	rand	56
citationstecken	24, 34, 61	randint	57
CumSum	12, 62	RCL	18, 24
delresultat	15	redigera listor	23
diagram	45, 49	redigering av uttryck	9
DISTR	67	rekursiv form	31, 35
DRAW	52	relation	13
ekvation	23, 39	relativ frekvens	59
ENTRY	9, 12	rät linje	25
exponentiell form	5	SEQ	30, 57, 65
FLOAT	6	SHIFT	4
FORMAT	29, 41	slantsingling	58
formler	25, 30	slumptal	52, 56, 68, 71
Frac	10	slumptalskärna	56
frekvenstabell	50	SOLVE	40
funktion	38	sortering	51, 55
funktionsvärde	33, 34	standardinställning	27
grafritning	25	STAT PLOT	28, 48
GRAPH	28	STAT	47,
grundpotensform	5	statistikeditor	17, 60
histogram	50, 53, 60	STO	8, 16, 23, 52
inmatning	8	svarsknapp	11
INS	12	talföljd	11, 30
Inställningar	4	TBLSET	31, 40
kolumnhuvud	17	textfil	74
kombinatorik	37, 67	TI Connect™	72
koordinatsystem	26	TRACE	26, 41, 43, 46
kumulerad	58	upprepade beräkningar	14, 17
linjediagram	54	upprepade försök	66
linjär funktion	38, 44	uttryck	8
lista	17, 21, 39, 47	Var Stats	21, 48
lådagram	52, 65	variabel	8
matris	74	VARS	34
medelvärde	48, 51, 58	varvräknare	18, 64
median	48, 51, 58	ZOOM	29, 38, 49
MEM	23		
MODE	4, 30		